Тема 33 «Вероятности событий»

Все мы довольно часто говорим «это невероятно», «более вероятно, что…», « это маловероятно» и т.д., когда пытаемся спрогнозировать наступление того или иного события. При этом обычно мы опираемся на интуицию, жизненный опыт, здравый смысл. Но часто такие оценки оказываются недостаточными, и бывает важно знать, *на сколько* или *во сколько* раз одно случайное событие вероятнее другого. Иными словами нужны точные количественные оценки, нужно уметь *численно* характеризовать возможность наступления того или иного события. Раздел математики, посвященный исследованию количественных оценок случайных событий, называют ***теорией вероятностей.***

Основные понятия теории вероятностей.

Случайное событие (событие) — это некоторое множество (набор) элементарных событий (исходов), которые являются результатом случайного опыта (эксперимента).

Элементарное событие (исход) – это событие, которое нельзя разделить на более простые события.

Пример *элементарного события*: при одном бросании игральной кости выпало четыре очка.

Пример *случайного события*: при одном бросании игральной кости выпало четное число очков. Данное событие можно разбить на элементарные события: «выпало два очка», «выпало четыре очка», «выпало шесть очков».

Мы будем рассматривать только случайные опыты (например, бросание игральной кости, раздача игральных карт, розыгрыш лотереи, бросание монеты и т.д.), результатом которых являются элементарные события, шансы которых одинаковы. Такие элементарные события называются ***равновозможными***.

Вероятностью случайного события называют число, выражающее шансы наступления этого события (числовая мера его правдоподобия). Это число равно отношению числа опытов, в которых событие А произошло, к общему числу проведенных равновозможных опытов:

$P(A) = \dfrac{N(A)}{N}$, P(A) .

Рассмотрим примеры:

Событие G «Лампочка никогда не перегорит» - невозможное событие, его вероятность 0.

Событие Q «Летом пойдет снег» - практически невозможное, его вероятность ближе к 0.

Событие Z «Завтра я найду на улице миллион рублей» - маловероятное.

Событие M «Бутерброд падает всегда маслом вниз» - случайное событие, его вероятность ½, как и вероятность выпадения герба при бросании монеты (Событие N).

Событие A «Лампочка рано или поздно перегорит» - достоверное событие, с вероятностью 1.

Событие В «Зимой бывает снег» - достоверное, его вероятность близка к 1.

Посмотрим, как будут данные события располагаться на вероятностной шкале:

Невозможные P=0 **Случайные $0<P<1$** **Достоверные P=1**

G,Q,Z M,N A,B

Замечание 1. Если число равновозможных событий равно N, то вероятность каждого из них 1/N.

Замечание 2. Если результат случайного эксперимента – три элементарных события *a,b,c,* а вероятности этих событий P(*a*),P*(b)*,P*(c),* то *сумма вероятностей всех элементарных события в каждом опыте равна 1*, т.е. P(*a*) + P(b) + P(c) = 1.

Пусть случайное событие А состоит из элементарных событий. Эти элементарные события называют ***благоприятствующими случайному событию*** А. Все прочие элементарные события данного опыта, не благоприятствующие событию А, в совокупности представляют новое событие, не благоприятствующее событию А, которое называется ***событием противоположным*** событию А ($\overline{A}$). События А и $\overline{A}$ называют ***взаимно противоположными событиями***.

Замечание 3. Взаимно противоположные события одновременно произойти не могут, но какое-либо из них происходит обязательно. Поэтому P(A) + P($\overline{A}$) = 1.

Пример 1. Студент не успел выучить 3 билета из 30. Какова вероятность, что он сдаст экзамен?

Решение: По определению вероятности: $p = \frac{k}{n}$, где k — число благоприятных событий (исходов) , n — общее число событий (исходов).

k = 30 - 3 = 27, n = 30. Тогда искомая вероятность p = 27/30 = 0,9

Второй способ: 3/30 = 0,1 – вероятность, что студент не сдаст экзамен, тогда вероятность, что сдаст 1 – 0,1 = 0,9.

Ответ 27/30 = 0,9

Пример 2. Какова вероятность, стоя с закрытыми глазами перед географической картой мира, выбрать точку на суше, показав на нее указкой, если площадь суши 149,1 млн. км^2, а площадь океанов 361,1 млн. км^2?

Решение: Надо знать какую часть всей площади Земли занимает суша. 149,1 + 361,1 = 510,2 млн. км^2. Отношение этих площадей и даст искомую вероятность: 149,1 : 510,2 = 0,29.

Ответ 0,29.

Геометрическое определение вероятности. P(A) = $\frac{S(A)}{S(G)}$, где G – произвольная область, A – любая подобласть области G.

Пример 3. В квадрат со стороной 4 см «бросают» точку. Какова вероятность, что расстояние от этой точки до ближайшей стороны квадрата будет меньше 1 см?
Решение: Закрасим голубым цветом множество точек квадрата, удаленных от ближайшей стороны меньше, чем на 1 см. Площадь закрашенной части квадрата равна 16 см^2 **-** 4 см^2 = 12 см^2. Отсюда искомая вероятность будет Р = $\frac{12}{16}$ = 0,75.
Ответ 0,75.

Операции с вероятностями.

1. **Сложение вероятностей**.

Событие А В наступает, если наступают *оба* события А и В одновременно.
Пусть А и В – два события одного случайного опыта. Рассмотрим те элементарные события, которые благоприятствуют событию А, и те элементарные события, которые благоприятствуют событию В. Все вместе эти элементарные события благоприятствуют новому событию, которое называется ***объединением событий А и В***.

Событие А В наступает, если наступает *хотя бы одно* из событий А или В. Это означает, что наступает либо А, либо В, либо А и В вместе.
Пусть А и В – два события одного случайного опыта. Рассмотрим элементарные события, которые благоприятствуют и событию А и событию В. Все вместе эти элементарные события благоприятствуют новому событию, которое называется ***пересечением событий А и В***.

Если события А и В не имеют общих благоприятствующих элементарных событий, то они не могут наступить одновременно в ходе одного и того же опыта (еще говорят взаимоисключающие). Такие события называют ***несовместными***, а их пересечение – пустое событие.

А) Если события А и В несовместны, то **Р(А В) = Р(А) + Р (В)**
Б) Если А и В – любые события, то **Р(А В) = Р(А) + Р (В)** – **Р(А В)**

Пример 4. Мишень представляет три области. Для данного стрелка вероятность попасть в первую область 0,15, во вторую - 0,25, в третью – 0,4. а) Какова вероятность стрелку попасть с первого выстрела в какую-нибудь из трех областей? б) Какова вероятность промазать с первого выстрела?
Решение: а) Одновременно попасть в две (три) области при одном выстреле нельзя, т.е. имеем дело с несовместными событиями, поэтому

$$Р = Р1 + Р2 + Р3 = 0,15 + 0,25 + 0,4 = 0,8.$$

Ответ 0,8
б) Событие «промазать» противоположно событию «попасть куда-нибудь». Поэтому

$$= 1 – Р = 1 – 0,8 = 0,2.$$

Ответ 0,2.

1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6

5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

Пример 5. Игральную кость бросают дважды. Какова вероятность, что оба раза выпало разное число очков?

Решение: Событие A состоит в том, что в первый раз выпало больше очков, чем во второй. Событие B состоит в том, что во второй раз выпало больше очков, чем в первый.

Выделим в таблице элементарные события, благоприятствующие А (15 штук) розовым цветом, а В (15 штук) – голубым. Общее число элементарных событий 36. Р(А) = Р (В) = 15/36 = 5/12

Общих элементарных событий у событий А и В нет, т.е. события А и В несовместны, тогда

Р(А   В) = Р(А) + Р (В) = 5/12 + 5/12 = 10/12 = 5/6

$\overline{A \cup B}$

Второй способ: Обозначим   событие «оба раза выпало одинаковое число очков», являющееся противоположным событию $A \cup$ В. Ему соответствуют 6 не закрашенных ячеек таблицы.

$\overline{A \cup B}$ $\overline{A \cup B}$

Р(   )= 6/36 =1/6. Тогда Р(А   В) = 1 - Р(   ) = 1 – 1/6 = 5/6.

Ответ 5/6.

1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

Пример 6. Бросают две правильные игральные кости. Какова вероятность, что на обеих выпало число очков меньше трех?

Решение: Событие A состоит в том, что «на первой кости выпало меньше 3 очков», а событие B, что «на второй кости выпало меньше 3 очков».

Выделим в таблице элементарные события, благоприятствующие А (12 штук) розовым цветом, а В (12 штук) – голубым, а события, благоприятствующие и А и В (4 штуки) - зеленым. Общее число элементарных событий 36.

Р(А) = Р (В) = 12/36 = 1/3, Р(А   В) = 20/36 = 5/9. Р(А   В) = 4/36 = 1/9

Очевидно, что 1/3 + 1/3 $\neq$ 5/9, т.к. события А и В не являются несовместными, у них есть общие элементарные события. Поэтому используем формулу:

Р(А   В) = Р(А) + Р (В) - Р(А   В) = = 1/3 + 1/3 – 1/9 = 5/9

Ответ 5/9.

2. **Умножение вероятностей**.

Случайный выбор - это выбор наудачу одного предмета из группы предметов.

Выбор наудачу – это разновидность случайного опыта с равновозможными элементарными событиями. Элементарным событием в таком опыте является извлечение одного предмета из группы. Если в группе N предметов, то каждый из них может быть выбран с вероятностью 1/N.   После выбора одного предмета случайный выбор можно продолжить, выбрав второй, третий и т. д. предметы или сразу взять наудачу нужное количество предметов. Собранную таким образом группу называют ***случайной выборкой***.

Независимые события – это события, которые не связаны друг с другом, т.е. по наступлению одного из них нельзя судить о вероятности другого. Например, при бросании двух костей результат бросания первой кости не влияет на результат бросания второй.

Если события А и В независимы, то **Р(А   В) = Р(А) · Р(В).**

Пример 7. Какова вероятность, что при бросании двух игральных костей выпадут две шестерки.

Решение: Пусть событие А – «на первой кости выпала шестерка», событие В - «на второй кости выпала шестерка», заметим, что Р(А) = Р(В) = 1/6. Общее число элементарных событий 36. Выпадение двух шестерок – новое событие, являющееся пересечением независимых событий А и В. Р(А   В)= 1/36. Получаем, что Р(А   В) = 1/6 · 1/6 = 1/36 = Р(А) · Р(В).

Ответ 1/36.

1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

Пример 8. Бросают две игральные кости. Какова вероятность, что на первой кости выпало более трех очков, а на второй - менее трех?

Решение: Событие *A* состоит в том, что «на первой кости выпало более 3 очков», а событие *B* , что «на второй кости выпало меньше 3 очков».

Выделим в таблице элементарные события, благоприятствующие А (18 штук) розовым цветом, а В (12 штук) – голубым, а события, благоприятствующие и А и В (6 штук) - зеленым. Общее число элементарных событий 36.

Р(А) = 18/36 = ½; Р (В) = 12/36 = 1/3,   Р(А   В) = 6/36 = 1/6.

Т.к. события А и В независимые, то

Р(А   В) = ½ · 1/3 = 1/6 = Р(А) · Р(В).

Ответ 1/6.

Пример 9. Какова вероятность выпадения трех шестерок подряд при бросании кости?

Решение: Результат первого бросания кости не влияет на результат второго и третьего, поэтому все события независимы. Вероятность выпадения шестерки при одном бросании кости равна 1/6, двух шестерок при двух бросаниях 1/6 · 1/6 = 1/36, а вероятность выпадения трех шестерок при трех бросаниях 1/6 · 1/6 · 1/6 = 1/216

Ответ 1/216.

Пример 10. Какова вероятность выпадения третьей шестерки при бросании кости, если две шестерки выпали только что?

Решение: Вероятность события «выпадение двух шестерок подряд» равна 1/36. Это событие уже осуществилось! Поэтому, чтобы получить три шестерки подряд достаточно одной шестерки. Вероятность этого равна 1/6, а не 1/216.

Ответ 1/6.

Пример 11. Бросают две игральных кости. Какова вероятность, что только на одном из кубиков выпадут шесть очков?
Решение: Пусть событие А – «на первой кости выпала шестерка», событие В - «на второй кости выпала шестерка», заметим, что P(A) = P(B) = 1/6. Общее число элементарных событий 36. По условию должна выпасть только одна шестерка, значит нам надо исключить выпадение двух шестерок одновременно – событие, являющееся пересечением независимых событий А и В.

$$P(A \quad B) = P(A) \cdot P(B) = 1/6 \cdot 1/6 = 1/36.$$

Тогда искомая вероятность $P = 1/6 + 1/6 – 1/6 \cdot 1/6 = 11/36$
Ответ 11/36.

Пример 12. В фирме такси в данный момент свободно *15* машин: *2* красных, *9* желтых и *4* зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшихся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет желтое такси.
Решение: Всего имеется 15 машин, то есть к заказчице приедет одна из пятнадцати. Желтых — девять, и значит, вероятность приезда именно желтой машины равна 9/15, то есть 0,6.
Ответ 0,6
Пример 13. В сборнике билетов по биологии всего *25* билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.
Решение: Очевидно, вероятность вытащить билет без вопроса о грибах равна 23/25, то есть 0,92.
Ответ 0,92
Пример 14. Родительский комитет закупил *30* пазлов для подарков детям на окончание учебного года, из них *12* с картинами известных художников и *18* с изображениями животных. Подарки распределяются случайным образом. Найдите вероятность того, что Вовочке достанется пазл с животным.
Решение: Задача решается аналогично №12.
Ответ: 0,6.
Пример 15. В чемпионате по гимнастике участвуют *20* спортсменок: *8* из России, *7* из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая последней, окажется из Китая.
Решение: Давайте представим, что все спортсменки одновременно подошли к шляпе и вытянули из нее бумажки с номерами. Кому-то из них достанется двадцатый номер. Вероятность того, что его вытянет китайская спортсменка, равен 5/20 (поскольку из Китая — 5 спортсменок).
Ответ: 0,25.
Пример 16. Ученика попросили назвать число от *1* до *100*. Какова вероятность того, что он назовет число кратное пяти?
Решение: Каждое пятое число из данного множества делится на 5. Значит, вероятность равна 1/5.
Второй способ: 20/100=1/5
Ответ 0,2

Пример 17. Брошена игральная кость. Найдите вероятность того, что выпадет нечетное число очков.
Решение: 1, 3, 5 — нечетные числа; 2, 4, 6 — четные. Вероятность нечетного числа очков равна 3/6=1/2.
Ответ: 0,5.
Пример 18. Монета брошена три раза. Какова вероятность двух «орлов» и одной «решки»?
Решение: Заметим, что задачу можно сформулировать по-другому: бросили три монеты одновременно. Если бросить одну монету, получим два возможных исхода: орел и решка. Три монеты - 8 исходов, так как $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$. Два орла и одна решка выпадают в трех случаях из восьми.
Ответ: 3/8= 0,375.
Пример 19. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.
Решение: При бросании двух игральных костей — всего 36 возможных исходов. Благоприятных исходов пять: 2 6, 3 5, 4 4, 5 3, 6 2. Вероятность выпадения восьми очков равна 5/36 ≈ 0,14.
Ответ 0,14.
Пример 20. Стрелок попадает в цель с вероятностью 0,9. Найдите вероятность того, что он попадёт в цель четыре раза выстрела подряд.
Решение: Результат первого попадания не влияет на результат второго попадания, значит, данные события независимы. Вероятность двух попадания подряд равна $0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}81$.
А вероятность четырех попаданий подряд равна $0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}6561$.
Ответ 0,6561
Пример 21. В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.
Решение: Кодируем монеты числами: 1, 2 (это пятирублёвые), 3, 4, 5, 6 (это десятирублёвые). Условие задачи можно теперь сформулировать так:
Есть шесть фишек с номерами от 1 до 6. Сколькими способами можно разложить их по двум карманам поровну, так чтобы фишки с номерами 1 и 2 не оказались вместе?
Решение: Запишем, что у нас в первом кармане. Для этого составим все возможные комбинации из набора 1 2 3 4 5 6. Набор из трёх фишек будет трёхзначным числом. Очевидно, что в наших условиях 1 2 3 и 2 3 1 — это один и тот же набор фишек. Чтобы ничего не пропустить и не повториться, располагаем соответствующие трехзначные числа по возрастанию:
123, 124, 125, 126, 134, 135, 136, 145, 146, 156,
234, 235, 236, 245, 246, 256,
345, 346, 356,
456.
Всего 20 возможных событий.
У нас есть условие — фишки с номерами 1 и 2 не должны оказаться вместе. Это значит, например, что комбинация 356 нам не подходит. Благоприятные для нас события — такие, где есть либо только 1, либо только 2. Вот они:
134, 135, 136, 145, 146, 156, 234, 235, 236, 245, 246, 256 — всего 12 благоприятных исходов.

Тогда искомая вероятность равна 12/20.
Ответ: 0,6.
Пример 22. В ящике 5 красных, 6 желтых, 10 зеленых, 9 синих шаров. Какова вероятность вытащить желтый или синий шар?
Решение: Всего в ящике 5 + 6 + 10 + 9 = 30 шаров. Вероятность вытащить желтый шар 6/30=0,2, а вероятность вытащить синий 9/30=0,3. Тогда вероятность вытащить желтый или синий шары равна 0,2 + 0,3 = 0,5.
Ответ 0,5.
Пример 23. В Корзине 8 шаров: 3 белых и 5 черных. Какова вероятность, что вынутые наугад два шара окажутся: а) белые, б) черные, в) одного цвета.
Решение:
а) Вытащим из корзины первый шар. Вероятность, что этот шар белый $P1 = 3/8$. Всего в корзине осталось 7 шаров, причем белый мы уже вытащили, значит там остались два белых шара. Вероятность вытащить второй белый шар равна $P2 = 2/7$. Тогда вероятность, что и первый, и второй шары белые, равна $P = P1 \cdot P2 = 3/8 \cdot 2/7 = 3/28$. а) **Ответ** 3/28.
б) Вытащим из корзины первый шар. Вероятность, что этот шар черный $P1 = 5/8$. Всего в корзине осталось 7 шаров, причем черный мы уже вытащили, значит там остались четыре черных шара. Вероятность вытащить второй черный шар равна $P2 = 4/7$. Тогда вероятность, что и первый, и второй шары черные, равна $P = P1 \cdot P2 = 5/8 \cdot 4/7 = 5/14$.
б) **Ответ** 5/14.
в) Вытащить два шара одного цвета означает, что вытащим или два белых, или два черных. Тогда вероятность вытащить два шара одного цвета равна $P = P1 + P2 = 3/28 + 5/14 = 13/28$.
Ответ 13/28.
Пример 24. Из трёх орудий произвели залп по цели. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия равна 0,9, для второго и третьего орудий эти вероятности равны соответственно 0,5 и 0,8. Найти вероятность того, что а) только один снаряд попадёт в цель; б) все три снаряда попадут в цель.
Решение:
а) «Только один снаряд попадет в цель», означает, что попадет или снаряд из первого орудия, или снаряд второго орудия, или снаряд из третьего орудия. Вероятность этого события найдем как сумму вероятностей: $P = P1 + P2 + P3$. (*)

Если попадет снаряд из первого орудия, то второе и третье орудия промахнутся. Поэтому вероятность события, что попадет только первое орудие, найдем по формуле умножения соответствующих вероятностей: $P1 = 0{,}9 \cdot (1-0{,}5) \cdot (1-0{,}8) = 0{,}09$.

Если попадет снаряд из второго орудия, то первое и третье орудия промахнутся. Поэтому вероятность события, что попадет только второе орудие, найдем по формуле умножения соответствующих вероятностей: $P2 = (1-0{,}9) \cdot 0{,}5 \cdot (1-0{,}8) = 0{,}01$.

Аналогично найдем вероятность, что попадет только снаряд из третьего орудия
$P3 = (1-0{,}9) \cdot (1-0{,}5) \cdot 0{,}8 = 0{,}04$.

Подставляя найденные величины в формулу (*), найдем вероятность того, только один снаряд попадет в цель: $P = 0{,}09 + 0{,}01 + 0{,}04 = 0{,}14$.

а) **Ответ** 0,14.

б) Все три снаряда попадут в цель, означает, что попадет и снаряд из первого орудия, и снаряд из второго орудия, и снаряд из третьего орудия: $P = P1 \cdot P2 \cdot P3 = 0{,}09 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}14 = 0{,}36$.

Ответ 0,36.

Пример 25. Студент знает 30 из 40 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает два вопроса, содержащиеся в его экзаменационном билете, содержащим три вопроса.

Решение: «Студент знает два вопроса» означает, что он знает или 1-ый и 2-ой, а 3-ий не знает, или

что он знает или 1-ый и 3-ий, а 2-ой не знает, или что он знает или 2-ой и 3-ий, а 1-ый не знает. Поэтому вероятность этого найдем как сумму: $P = P1 + P2 + P3$.

Тогда вероятность, что студент знает 1-ый и 2-ой, а 3-ий не знает: $P1 = 30/40 \cdot 29/39 \cdot 10/38 = 0{,}15$.

А вероятность, что студент знает 1-ый и 3-ий, а 2-ой не знает: $P2 = 30/40 \cdot 10/39 \cdot 29/38 = 0{,}15$.

А вероятность, что студент знает 2-ой и 3-ий, а 1-ый не знает: $P3 = 10/40 \cdot 30/39 \cdot 29/38 = 0{,}15$.

Тогда искомая вероятность $P = 0{,}15 + 0{,}15 + 0{,}15 = 0{,}45$.

Ответ 0,45.

Пример 26. Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятность того, что студент ответит на любой вопрос билета, равна 0,9. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить хотя бы на два вопроса билета.

Решение: «Ответить хотя бы на два вопроса билета» означает, что студент или знает 1-ый и 2-ой, а 3-ий не знает, или студент знает 1-ый и 3-ий, а 2-ой не знает, или студент знает 2-ой и 3-ий, а 1-ый не знает, или студент знает и 1-ый, и 2-ой, и 3-ий вопросы. С учетом этого найдем

$P1 = 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}1 = 0{,}081$ – вероятность, что студент знает 1-ый и 2-ой, а 3-ий не знает.

$P2 = 0{,}9 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9 = 0{,}081$ – вероятность, что студент знает 1-ый и 3-ий, а 2-ой не знает.

$P3 = 0{,}1 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}081$ – вероятность, что студент знает 2-ой и 3-ий, а 1-ый не знает.

$P4 = 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}729$ - вероятность, что студент знает и 1-ый, и 2-ой, и 3-ий вопросы.

Тогда вероятность, что студент сдаст экзамен $P = P1 + P2 + P3 + P4 = 0{,}972$.

Ответ 0,972.