

Тема № 5. «Степень с целым показателем».

Свойства степени с целым показателем

$$1) a^n \cdot a^k = a^{n+k} \quad 2) a^n \div a^k = a^{n-k} \quad 3) (a^n)^k = a^{nk} \quad 4) a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$5) \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad 6) a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad 7) a^0 = 1 \quad 8) \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad n, k \in \mathbb{Z}, ab \neq 0$$

Пример 1. Упростить: $(a^2)^{-3} \cdot a^9$

$$1) a^4 \quad 2) a^3 \quad 3) a^{15} \quad 4) a^8$$

Решение. $(a^2)^{-3} \cdot a^9 = a^{2 \cdot (-3)} \cdot a^9 = a^{-6+9} = a^3$

Из предложенных ответов верным является 2).

Ответ 2.

Пример 2. Представить в выражение $\frac{(t^4)^{-2}}{t^{-3}}$ в виде степени с основанием t ($t \neq 0$)

$$1) t^{-11} \quad 2) t^{-19} \quad 3) t^{-5} \quad 4) t^{-13}$$

Решение. $\frac{(t^4)^{-2}}{t^{-3}} = \frac{t^{-8}}{t^{-3}} = t^{-8-(-3)} = t^{-5}$

Из предложенных ответов верным является 3).

Ответ 3.

Пример 3. Найти значение выражения $\frac{4}{x^3} \cdot \frac{5}{x^{-5}}$ при $x = -\frac{1}{2}$

$$1) -5 \quad 2) 5 \quad 3) 5/8 \quad 4) 80$$

Решение. $\frac{4}{x^3} \cdot \frac{5}{x^{-5}} = \frac{4 \cdot 5}{x^{3+(-5)}} = \frac{20}{x^{-2}} = 20x^2$. Подставим $x = -\frac{1}{2}$, получим $20 \cdot \frac{1}{4} = 5$.

Из предложенных ответов верным является 2).

Ответ 2.

Пример 4. Упростить выражение $\frac{m^{-2} \cdot n^5}{m^{-4} \cdot (n^{-1})^5}$

$$1) m^{-6}n^{10}; \quad 2) m^2n; \quad 3) m^2; \quad 4) m^2n^{10};$$

Решение. $\frac{m^{-2} \cdot n^5}{m^{-4} \cdot (n^{-1})^5} = \frac{m^{-2} \cdot n^5}{m^{-4} \cdot n^{-5}} = m^{-2-(-4)} \cdot n^{5-(-5)} = m^2n^{10}$

Из предложенных ответов верным является 4).

Ответ 4.

Пример 5. Во сколько раз $3,84 \cdot 10^3$ меньше, чем $1,496 \cdot 10^4$? Результат округлите до десятых.

$$1) 0,3 \quad 2) 2,6 \quad 3) 13,9 \quad 4) 3,9$$

Решение. Найдем частное $\frac{1,496 \cdot 10^4}{3,84 \cdot 10^3} = \frac{1,496 \cdot 10}{3,84} \approx 3,895 \approx 3,9$

Из предложенных ответов верным является 4).

Ответ 4.

Пример 6. Укажите промежуток, которому принадлежит значение выражения

$$(27^2 \cdot 3^{-8})^{-1}$$

- 1) $(-5; -1)$ 2) $(5; 12)$ 3) $(1/3; 4)$ 4) $(10; 12)$

Решение. $(27^2 \cdot 3^{-8})^{-1} = ((3^3)^2 \cdot 3^{-8})^{-1} = (3^{3 \cdot 2} \cdot 3^{-8})^{-1} = (3^{6-8})^{-1} = 3^2 = 9$. Следовательно,

значение данного выражения принадлежит промежутку $(5; 12)$.

Из предложенных ответов верным является 2).

Ответ 2.

Пример 7. Из чисел $(\frac{1}{3})^3, (\frac{1}{3})^4, (-\frac{1}{3})^{-4}, (-\frac{1}{3})^{-3}$ найдите наибольшее.

- 1) $(\frac{1}{3})^3$ 2) $(\frac{1}{3})^4$ 3) $(-\frac{1}{3})^{-4}$ 4) $(-\frac{1}{3})^{-3}$

Решение. Первое и второе числа - это дроби $1/27$ и $1/81$. Четвертое число тем более не

может быть большим, так как оно отрицательное: $(-\frac{1}{3})^{-3} = (-3)^3 = -27$. Убедимся, что

третье число наибольшее из предложенных: $(-\frac{1}{3})^{-4} = (-3)^4 = 81$.

Из предложенных ответов верным является 3).

Ответ 3.

Пример 8. Соотнесите каждое выражение

A) $(a^2)^{-3} \cdot a^5 \cdot a^0$; Б) $(a^2 \cdot a^{-3})^5$; В) $\frac{(a^{-2})^3}{a^5}$

с тождественно равным ему выражением (при $a \neq 0$)

- 1) a 2) a^{-1} 3) a^{-11} 4) a^{-5}

Решение. Упростим каждое из предложенных выражений.

$$(a^2)^{-3} \cdot a^5 \cdot a^0 = a^{2 \cdot (-3)} \cdot a^5 \cdot 1 = a^{-6+5} = a^{-1} \text{ соответствует выражению 2).}$$

$$(a^2 \cdot a^{-3})^5 = (a^{2-3})^5 = (a^{-1})^5 = a^{-5} \text{ соответствует выражению 4).}$$

$$\frac{(a^{-2})^3}{a^5} = \frac{a^{-2 \cdot 3}}{a^5} = a^{-6-5} = a^{-11} \text{ соответствует выражению 3).}$$

Ответ А Б В

2 4 3

Пример 9. Расположите в порядке убывания числа: $(0,2)^{-6}; (0,2)^0; (0,2)^{-4}; 0,2; (0,2)^3$.

- 1) $(0,2)^{-6}; (0,2)^0; (0,2)^{-4}; 0,2; (0,2)^3$
2) $(0,2)^3; 0,2; (0,2)^0; (0,2)^{-4}; (0,2)^{-6}$
3) $(0,2)^{-6}; (0,2)^{-4}; (0,2)^0; 0,2; (0,2)^3$
4) $(0,2)^{-6}; (0,2)^{-4}; 0,2; (0,2)^0; (0,2)^3$

Решение. Представим каждое число в виде обычной дроби:

$$(0,2)^{-6} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-6} = 5^6; \quad (0,2)^0 = 1; \quad (0,2)^{-4} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} = 5^4; \quad 0,2 = \frac{1}{5}; \quad (0,2)^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$$

Так как $5^6 > 5^4 > 1 > 1/5 > 1/125$, этим неравенствам соответствует третий вариант ответов.

Ответ 3.

Пример 10. Вычислить: $\frac{a^{-10}}{a^{-3} \cdot a^{-5}}$ при $a = 5$.

- 1) 0,2 2) 0,04 3) 25 4) 5

Решение. $\frac{a^{-10}}{a^{-3} \cdot a^{-5}} = a^{-10 - (-3) - (-5)} = a^{-2}$. При $a = 5$, получим $5^{-2} = 1/25 = 0,04$.

Из предложенных ответов верным является 2).

Ответ 2.

Пример 11. Соотнесите каждое из предложенных выражений

А) $5^x = 625$ Б) $3^{-x} = 27$ В) $2^x = 1/16$

значению переменной x : 1) -3 2) -4 3) 4 4) 3, при котором это выражение является верным равенством.

Решение. $625 = 5^4$, поэтому $x = 4$, т.е. выражению А) соответствует 3).

$3^3 = 27$, значит, $-x = 3$, откуда $x = -3$, т.е. выражению Б) соответствует 1).

$1/16 = 16^{-1} = (2^4)^{-1} = 2^{-4} = 2^x$, откуда $x = -4$, т.е. выражению В) соответствует 2).

Ответ А Б В

3 1 2

Пример 12. Упростить: $\frac{a^{-1}b}{(6a)^2 \cdot b^4} \cdot \frac{36}{a^{-3}b^{-3}}$

- 1) 6 2) a^{-3} 3) $6a^{-3}$ 4) 1

Решение. $\frac{a^{-1}b}{(6a)^2 \cdot b^4} \cdot \frac{36}{a^{-3}b^{-3}} = \frac{36a^{-1}b}{36a^{2-3}b^{4-3}} = \frac{36a^{-1}b}{36a^{-1}b} = 1$, т.е. верный ответ 4).

Ответ 4.

Пример 13. Соотнесите каждое из предложенных выражений :

А) $\left(\frac{1}{10}\right)^x = 100$; В) $\left(\frac{1}{10}\right)^x = 0,01$; С) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-x} = 10$

значению переменной x : 1) 2 2) -2 3) -1 4) 1, при котором это выражение является верным равенством.

Решение.

А) $100 = 10^2$; $\left(\frac{1}{10}\right)^x = 10^{-x}$; $-x = 2$, откуда $x = -2$, значит выражению А) соответствует 2).

В) $0,01 = 10^{-2}$; $\left(\frac{1}{10}\right)^x = 10^{-x}$; $-x = -2$, откуда $x = 2$, значит выражению В) соответствует 1).

С) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-x} = 10^x$; $x = 1$, значит выражению С) соответствует 4).

Ответ А В С

2 1 4

Пример 14. Масса Земли равна $5,98 \cdot 10^{24}$ кг, масса Луны – $7,35 \cdot 10^{25}$ граммов. Во сколько раз масса Земли больше массы Луны? Результат округлите до сотых.

- 1) 0,12 2) 0,1 3) 81,36 4) 8136,05

Решение. Так как 1 грамм = 10^{-3} кг, то массу Луны представим так:

$7,35 \cdot 10^{25}$ граммов = $7,35 \cdot 10^{25-3}$ кг = $7,35 \cdot 10^{22}$ кг.

$5,98 \cdot 10^{24} : (7,35 \cdot 10^{22}) = (5,98 : 7,35) \cdot 10^2 = 0,8136 \cdot 10^2 = 81,36$ (раз)

Из предложенных ответов верным является 3).

Ответ 3.