

## Тема № 2. «Единицы измерения. Округление чисел. Стандартный вид числа».

### Единицы длины

1 сантиметр (см) = 10 миллиметров (мм)

1 дециметр (дм) = 10 сантиметров (см)

1 метр (м) = 10 дециметров (дм) = 100 сантиметров (см)

1 километр (км) = 1 000 метров (м)

### Единицы площади

1 кв. метр ( $\text{м}^2$ ) = 100 кв. дециметров ( $\text{дм}^2$ ) = 10 000 кв. сантиметров ( $\text{см}^2$ )

1 кв. километр ( $\text{км}^2$ ) = 1 000 000 кв. метров ( $\text{м}^2$ )

1 ар (а) = 100 кв. метров ( $\text{м}^2$ )

1 гектар (га) = 100 ар (а) = 10 000 кв. метров ( $\text{м}^2$ )

### Единицы объёма

1 литр (л) = 1 (куб. дециметров)  $\text{дм}^3$  = 1 000 куб. сантиметров ( $\text{см}^3$ )

1 гектолитр (гл) = 100 литров (л)

1 куб. дециметр ( $\text{дм}^3$ ) = 1 000 куб. сантиметров ( $\text{см}^3$ )

1 куб. метр ( $\text{м}^3$ ) = 1 000 куб. дециметров ( $\text{дм}^3$ ) = 1 000 000 куб. сантиметров ( $\text{см}^3$ )

### Единицы веса

1 грамм (г) = 1 000 миллиграммов (мг)

1 килограмм (кг) = 1 000 граммов (г)

1 центнер (ц) = 100 килограммов (кг)

1 тонна (т) = 1 000 килограммов (кг)

1 карат (кар) =  $2 \cdot 10^{-4}$  кг

### Единицы углов

$1^\circ = \pi/180$  рад (радиан)  $\approx 0,017453$  рад (радиан) ;

1 рад (один радиан) =  $180/\pi \approx 57,2958^\circ \approx 57^\circ 17' 45''$  ;

$n$  рад (радиан) =  $n \cdot 180/\pi$  град (градусов)  $\approx n \cdot 57,2958$  град (градусов)

### Правила округления.

Если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5, то последняя из сохраняющихся цифр увеличивается на 1. Если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то последняя из сохраняемых цифр остаётся неизменной.

Если число округляют до какого-нибудь разряда, то все следующие за этим разрядом цифры заменяют нулями, а если они стоят после запятой, то их отбрасывают.

**Стандартным видом положительного числа  $a$**  называют его представление в виде  $a = a_0 \cdot 10^k$ , где  $k$  — целое число,  $1 \leq a_0 < 10$ ; число  $k$  называют **порядком числа  $a$** , число  $a_0$  — **мантиссой**.

**Погрешностью приближения (абсолютной погрешностью)** называют модуль разности между точным значением величины  $x$  и её приближённым значением  $a$ .

Если  $a$  — приближённое значение числа  $x$  и  $|x - a| \leq h$ , то говорят, что число  $x$  равно числу  $a$  с точностью до  $h$ , и пишут:  $x = a \pm h$ .

Неравенство  $|x - a| \leq h$  можно записать в виде  $a - h \leq x \leq a + h$ . Числа  $a - h$  и  $a + h$  являются приближёнными значениями числа  $x$  с **недостатком** и с **избытком** соответственно.

**Относительной погрешностью** приближённого значения  $a$  называют отношение абсолютной погрешности  $|x - a|$  к модулю приближённого значения. Относительную погрешность выражают в процентах  $\frac{|x - a|}{|a|} \cdot 100\%$ .

**Пример 1.** Округлить число 57 497 до сотен.

- 1) 58000    2) 58497    3) 57500    4) 60000

Решение. При округлении числа 57497 до сотен следует написать 57500. Действительно, за цифрой 4, обозначающей разряд сотен, следует цифра 9. Следовательно, 4 нужно увеличить на 1, а все цифры, стоящие правее данного разряда, заменить нулями. Из предложенных ответов верным является 3).

Ответ: 3.

**Пример 2.** Найдите десятичную дробь, равную  $9/750$ .

- 1) 1,2                      2) 0,12                      3) 0, 012                      4) 0, 0012

Решение: Первую десятичную дробь отбрасываем сразу, т.к.  $1, 2 > 1$ .

Вторую дробь сократим следующим образом  $\frac{12}{100} = \frac{3}{25} = \frac{3 \cdot 30}{25 \cdot 30} = \frac{90}{750} \neq \frac{9}{750}$

Аналогично проверим третью дробь:  $\frac{12}{1000} = \frac{3}{250} = \frac{3 \cdot 3}{25 \cdot 3} = \frac{9}{750}$  - это и есть решение.

Ответ 3.

**Пример 3.** Диаметр планеты Юпитер приближённо равен 142600 км. Как эта величина записывается в стандартном виде?

- 1)  $1,426 \cdot 10^4$  км    2)  $1,426 \cdot 10^2$  км    3)  $1,426 \cdot 10^5$  км    4)  $1,426 \cdot 10^6$  км

Решение.  $142600 \text{ км} = 1,426 \cdot 10^5 \text{ км}$ . Из предложенных ответов верным является 3).

Ответ: 3.

**Пример 4.** Площадь Васиной квартиры составляет  $65 \text{ м}^2$ . Выразить эту площадь в  $\text{км}^2$ .

- 1)  $0,0065 \text{ км}^2$     2)  $0,00065 \text{ км}^2$     3)  $0,000065 \text{ км}^2$     4)  $0,0000065 \text{ км}^2$

Решение. Знаем, что  $1 \text{ м} = 0,001 \text{ км}$ . Возведем обе части в квадрат:  $1 \text{ м}^2 = 0,000001 \text{ км}^2$ . Тогда  $65 \text{ м}^2 = 0,000065 \text{ км}^2$ , что соответствует третьему варианту.

Ответ 3.

**Пример 5.** Толщину одной и той же детали измерили штангенциркулем, микрометром и линейкой. Получили соответственно результаты 2,6 мм, 2,49 мм и 2 мм. Каким инструментом было произведено более точное измерение, если толщина детали равна 2,5 мм?

- 1) штангенциркулем    2) микрометром    3) линейкой    4) всеми инструментами

Решение. Найдём абсолютную погрешность для каждого из приведённых измерений:

1) при измерении штангенциркулем:  $|2,6 - 2,5| = 0,1$ ;

2) при измерении микрометром:  $|2,49 - 2,5| = 0,01$ ;

3) при измерении линейкой:  $|2 - 2,5| = 0,5$ .

Из чисел 0,1; 0,01 и 0,5 наименьшее — 0,01. Следовательно, более точное измерение было произведено микрометром. Из предложенных ответов верным является 2).

Ответ: 2.

**Пример 6.** Стоимость автомобиля равняется 200 000 руб.  $\pm 50 000$  руб. в зависимости от модификации. Какую цену не может заплатить покупатель при указанном условии?

- 1) 230 000    2) 200 000    3) 280 000    4) 180 000

Решение: Пусть  $x$  – цена автомобиля. Тогда эта цена с недостатком и избытком может быть представлена в следующем виде:  $200\,000 - 50\,000 < x < 200\,000 + 50\,000$ ;  $150\,000 < x < 250\,000$ . Из четырех представленных ответов только третий выходит за рамки данной цены.

Ответ 3.

**Пример 7.** Найдите погрешность приближения числа  $5/6$  десятичной дробью  $0,8$ .

1)  $1/6$       2)  $1/30$       3)  $0,3$       4)  $0,33$

Решение.  $|5/6 - 0,8| = |5/6 - 4/5| = 1/30$ .

Из предложенных ответов верным является 2).

Ответ: 2.

**Пример 8.** Стандартный вид числа  $0,0000041$  имеет представление:

1)  $0,041 \cdot 10^{-4}$ ;      2)  $0,41 \cdot 10^{-5}$ ;      3)  $4,1 \cdot 10^{-6}$ ;      4)  $41 \cdot 10^{-7}$ ;

Решение: Мантисса  $a_0$  в стандартном виде числа  $a = a_0 \cdot 10^k$ , где  $k$  – целое число имеет значения:  $1 \leq a_0 < 10$ . Из всех предложенных ответов этому условию удовлетворяет третий ответ.

Ответ 3).

**Пример 9.** Пусть  $a$  – приближённое значение числа  $b$ . Найдите относительную погрешность, если  $a = 14,7$  и  $b = 14,724$ .

1)  $8/49\%$     2)  $-0,024\%$     3)  $0,24\%$     4)  $-8/49\%$

Решение.  $\frac{|b-a|}{|a|} \cdot 100\% = \frac{|14,724 - 14,7|}{|14,7|} \cdot 100\% = \frac{2,4}{14,7} \% = \frac{8}{49} \%$ .

Из предложенных ответов верным является 1).

Ответ: 1.

**Пример 10.** Абсолютная погрешность измерений, сделанных с помощью весов, не более  $1,6$  г. Взвесили сахар. Весы показали  $550$  г. Какую массу в действительности **не** может иметь этот сахар?

1)  $551$  г      2)  $551,7$  г      3)  $548,7$  г      4)  $550$  г

Решение. Приближённые значения массы сахара  $X$  с недостатком и с избытком соответственно:  $550 - 1,6 \leq X \leq 550 + 1,6$ ;  $548,4 \leq X \leq 551,6$ . Этому условию не удовлетворяет только второй вариант.

Ответ 2.

**Пример 11.** Температура  $t$  воздуха в холодильной камере  $7,5^\circ\text{C}$ . В качестве приближенного значения взято число  $7^\circ\text{C}$ . Найдите абсолютную погрешность приближения.

Решение.  $|7,5 - 7| = 0,5$ .

Ответ:  $0,5$ .

**Пример 12.** Найти сумму целых чисел, между которыми заключено число  $4\sqrt{11}$ .

1)  $27$       2)  $25$       3)  $13$       4)  $29$

Решение. Пусть  $X$  и  $Y$  – целые числа, между которыми заключено число  $4\sqrt{11}$ .

$X < 4\sqrt{11} < Y$ . Возведем в квадрат все части неравенства:  $X^2 < 176 < Y^2$ . Заметим, что  $169 < 176 < 196$ , где  $169 = 13^2$ ,  $196 = 14^2$ . Таким образом,  $13 < 4\sqrt{11} < 14$ . Тогда сумма этих чисел  $13 + 14 = 27$  соответствует первому варианту ответов.

Ответ 1.

**Пример 13.** Пусть  $x = 12,7 \pm 0,2$ . Из чисел:  $A = 12,91$ ;  $B = 12,95$ ;  $V = 12,5014$ ;  $\Gamma = 12,52$  выберите те, которые может принимать число  $x$ .

- 1) А, В      2) А, Б      3) Б, В      4) В, Г

Решение. Запись  $x = 12,7 \pm 0,2$  означает, что  $x$  равно 12,7 с точностью до 0,2, то есть  $12,7 - 0,2 < x < 12,7 + 0,2$ . Отсюда  $12,5 \leq x \leq 12,9$ . Полученному неравенству удовлетворяют только числа В и Г. Из предложенных ответов верным является 4).

Ответ: 4.

**Пример 14.** На сайте прогноза погоды говорится, что влажность воздуха составит завтра  $70 \pm 15\%$ . Какой влажности воздуха по прогнозу завтра не будет?

- 1) 70%      2) 55%      3) 85%      4) 90%

Решение. Пусть  $X$  – данная влажность воздуха. Тогда  $70 - 15 < X < 70 + 15$ . То есть  $55 < X < 85$ . В данный промежуток не попадает четвертый вариант.

Ответ 4.

**Пример 15.** Укажите приближённое значение числа  $b$ , равное среднему арифметическому приближений с недостатком и с избытком, если  $5,8 \leq b \leq 6,4$ .

Решение. Числа 5,8 и 6,4 являются приближёнными значениями числа  $b$  с недостатком и с избытком соответственно. Среднее арифметическое этих чисел равно  $\frac{5,8+6,4}{2} = 6,1$ .

Ответ: 6,1.