Тема № 1 «Числовые выражения. Порядок действий. Сравнение чисел».

Числовым выражением называется одна или несколько числовых величин (чисел), соединенных между собой знаками арифметических действий: сложения, вычитания, умножения и деления и возведения в целую степень, а также скобками, определяющими порядок выполнения действий.

Действия с обыкновенными дробями

Основное свойство дроби: Если умножить и числитель, и знаменатель дроби на число, отличное от 0, то значение дроби останется прежним.
Если числитель и знаменатель заданной дроби имеют общий делитель, то обе части можно разделить на него; такая операция называется *сокращением дроби.*

Сравнение, сложение и вычитание дробей. Для сравнения, сложения и вычитания обыкновенных дробей их следует привести к общему знаменателю.
При этом, если дроби сравнивают, то дробь с большим числителем будет больше.

Умножение дробей. Чтобы умножить две обыкновенные дроби, нужно перемножить их числители и знаменатели: $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$.
Чтобы умножить дробь на натуральное число, надо числитель умножить на это число, а знаменатель оставить тем же.

Деление дробей. Чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, надо умножить первую на дробь, обратную второй: $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}$.
Чтобы получить дробь, обратную данной, следует поменять местами числитель и знаменатель.

Возведение дробей в степень. Чтобы возвести дробь в степень, надо отдельно возвести в эту степень числитель, и отдельно — знаменатель.

Действия с десятичными дробями

Десятичная дробь — это любая числовая дробь, в знаменателе которой стоит степень десятки.

Сумма или разность десятичных чисел:
1) Записать числа в столбик таким образом, чтобы соответствующие разряды совпадали. Главный ориентир — десятичные точки. Они не являются отдельным разрядом, но должны стоять на одной вертикали.
2) Сложить или вычесть полученные дроби столбиком — подобно тому, как мы складываем и вычитаем обычные числа, при этом поставить десятичную точку между соответствующими разрядами.

Умножение десятичных чисел:

1) Перемножить данные числа, как целые, не обращая внимание на запятую.
2) В произведении число знаков после запятой равно сумме чисел знаков после запятой во всех сомножителях.

Деление десятичного числа на целое число:

1) Если делимое меньше делителя, пишем в целой части частного нуль и ставим после него запятую.
2) Затем, не обращая внимание на запятую, присоединим к целой части делимого первую цифру его дробной части;
3) если получается число меньшее делителя, ставим после запятой нуль и присоединяем еще одну цифру делимого;
4) если и после этого получаем число меньшее делителя, ставим еще нуль и т.д., пока не получим числа, превосходящего делитель.
5) В дальнейшем деление совершается так же, как с целыми числами.

Замечание. Возможно, что описанный процесс никогда не закончится. В таком случае мы имеем дело с *периодической дробью.*

1-й способ деления десятичных чисел:

1) Отбрасываем запятую в делителе.
2) В делимом переносим запятую вправо через столько знаков, сколько их было в дробной части делителя (если надо к делимому в конце предварительно приписывают нули).
3) После этого выполняем деление десятичного числа на целое число (см. выше).

2-й способ деления десятичных чисел:

1) Перевести все десятичные дроби в обычные.
2) Разделить полученные дроби классическим способом. Другими словами, умножить первую дробь на «перевернутую» вторую.
3) Если возможно, результат снова представить в виде десятичной дроби.

Обращение десятичной дроби в обычную и обратно

Чтобы преобразовать обыкновенную дробь в дробь десятичную, следует разделить числитель на знаменатель. При этом не всегда можно получить конечную десятичную дробь.

Несократимую обыкновенную дробь можно представить в виде конечной десятичной дроби, если в разложении её знаменателя на простые множители присутствуют только множители 2 и 5.

Чтобы преобразовать десятичную дробь в дробь обыкновенную, следует представить её дробную часть в виде натурального числа, делённого на соответствующую степень числа 10. Затем к результату справа приписать целую часть, формируя смешанную дробь.

Порядок действий в числовых выражениях

Обыкновенные дроби, которые умножают или делят надо перевести в неправильные. Затем последовательно выполняем требуемые действия — в том же порядке, как и для обычных чисел. А именно:

1) Сначала выполняется возведение в степень — избавьтесь от всех выражений, содержащих показатели.
2) Затем — деление и умножение.
3) Последним шагом выполняется сложение и вычитание.

Если в выражении присутствуют скобки, порядок действий изменяется — все, что стоит внутри скобок, надо считать в первую очередь. И помните о неправильных дробях: выделять целую часть надо лишь тогда, когда все остальные действия уже выполнены.

Сравнение чисел.

На координатном луче точка, имеющая меньшую координату, лежит левее от точки, имеющей большую координату.

Из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше.

Тренировочные упражнения.

Пример 1. Вычислить 10,488 : 0,0456

1) 23 2) 0,23 3) 230 4) 2,3

Решение.

1-й способ: $\frac{10488}{1000} \div \frac{456}{10000} = \frac{10488}{1000} \cdot \frac{10000}{456} = \frac{10488}{456} \cdot 10 = 230$

```
  10488 | 456
– 912   | 23
   1368
 – 1368
      0
```

2-й способ: По правилу деления десятичных дробей:

```
  10,4880 | 0,0456
 – 912    | 230
    1368
 – 1368
       0
```

Из предложенных ответов верным является 3).

Ответ: 3.

Пример 2. Вычислить $11 \cdot 2\frac{13}{55} - 12{,}4$

1) 9,6 2) 10,6 3) 12,2 4) -2,2

Решение. $11 \cdot 2\frac{13}{55} - 12{,}4 = 11 \cdot 2 + \frac{11 \cdot 13}{55} - 12{,}4 = 22 + \frac{13}{5} - 12{,}4 = 22 + 2{,}6 - 12{,}4 = 12{,}2.$

Из предложенных ответов верным является 3).

Ответ: 3.

Пример 3. На координатной прямой отмечены числа x и y. Какое из этих утверждений верно?

1) $x^2y > 0$ 2) $x^5y^3 > 0$ 3) $x^3\ y^2 > 0$ 4) $xy > 0$

Решение. Согласно рисунку $x < 0$, $y > 0$. Рассмотрим предложенные утверждения. Утверждение 1) верно, так как $x^2 > 0$ и, следовательно, $x^2y > 0$. Утверждение 2) неверно, так как $x^5 < 0$, $y^3 > 0$ и, следовательно, $x^5y^3 < 0$.

Утверждение 3) неверно, так как $x^3 < 0$, $y^2 > 0$ и, следовательно, $x^3y^2 < 0$.

Утверждение 4) неверно, так как $x < 0$, $y > 0$ и, следовательно, $xy < 0$.

Из приведённых утверждений верным является только 1).

Ответ: 1.

Пример 4. Расположите числа в порядке возрастания: $-{}^{1}/_{3}$; $-0{,}3$; -1; $-1\,{}^{1}/_{3}$.

1) – 1/3 ; – 1; –1 1/3; –0,3

2) –1 1/3; –1/3; –0,3; –1

3) – 1; –0,3; –1/3; –1 1/3

4) –1 1/3; –1; –1/3; –0,3

Решение. Запишем заданные числа в виде десятичных дробей. Получим последовательность чисел: —0,(3); —0,3; —1; —1,(3).

Учитывая, что из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше, расположим полученные числа в порядке возрастания: — 1,(3); —1; -0,(3); —0,3. Этой последовательности соответствует последовательность 4).

Ответ: 4.

Пример 5. Сравните a и b , если a = 6 : (-2), b = 12 : (-6).

1) a = b 2) a < b 3) a > b 4) другой ответ

Решение. a = 6 : (—2) = —(6 : 2) = –3, b = 12 : (–6) = –(12 : 6) = –2. Так как из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше, то —3 < —2, значит, a < b. Из предложенных ответов верным является 2).

Ответ: 2.

Пример 6. Найдите, при каком значении А равенство $А \cdot 4^2 = 240$ верно:

1) А = 15 2) А = 1,5 3)А = 30 4) А = 224

Решение. Преобразуем равенство $А \cdot 4^2 = 240$ к виду $А \cdot 16 = 16 \cdot 15$.

Отсюда А = 15. Из предложенных ответов верным является 1).

Ответ: 1.

Пример 7. Соотнесите частное

А = 145 : 5; Б = –4,76 : 0,01; $В = \frac{6}{7} : \frac{8}{63}$ и результат.

1) 6,75 2) –476 3) –0,00476 4) 29

Решение. Вычислим каждое из заданных частных.

А = 145 : 5 = 29 соответствует результату 4);

Б = —4,76 : 0,01 = —476 соответствует результату 2);

$В = \frac{6}{7} : \frac{8}{63} = \frac{6}{7} \cdot \frac{63}{8} = \frac{6 \cdot 63}{7 \cdot 8} = \frac{3 \cdot 9}{4} = 6{,}75$ соответствует результату 1).

Ответ	А	Б	В
	4	2	1

Пример 8. Запишите в виде равенства: произведение суммы чисел a и x и их разности равно t.

1) $(a + x) + (a - x) = t$
2) $(a + x) : (a - x) = t$
3) $(a + x)\cdot(a - x) = t$
4) $\frac{a+x}{ax} = t$

Решение. Сумма чисел a и x записывается в виде a + x; «их разность» записывается в виде a — x; запись выражения «произведение суммы чисел a и x и их разности» имеет вид: $(a + x)\cdot(a - x)$. Согласно условию, это произведение равно t, то есть
$(a + x)\cdot(a - x) = t$. Из предложенных вариантов ответов этой записи соответствует 3).
Ответ: 3.

Пример 9. Сколько десятичных знаков после запятой содержит $^1/_{10}$ разности чисел 27,35 и 0,056?

1) 5   2) 6   3) 3   4) 4

Решение. Найдём разность заданных чисел: 27,35 – 0,056 = 27,294.
1/10 этой разности равна 1/10 · 27,294 = 2,7294. Это число содержит 4 знака после запятой. Из предложенных ответов верным является 4).
Ответ: 4.

Пример 10. Вычислить: $\left(5{,}5-2\frac{5}{6}\right)\div 4-1$

Решение.
$$\left(5{,}5-2\frac{5}{6}\right)\div 4-1=\left(5-2+\frac{5}{10}^{\backslash 6}-\frac{5}{6}^{\backslash 10}\right)\div 4-1=\left(3+\frac{30-50}{60}\right)\div 4-1=$$
$$=\left(3-\frac{1}{3}\right)\div 4-1=\frac{8}{3}\div 4-1=\frac{2}{3}-1=-\frac{1}{3}$$

Ответ $-\,^1/_3$.

Пример 11. На координатной прямой отмечены числа x и y. Какое из этих утверждений неверно?

1) y > x   2) x + y > 0   3) xy < 0   4) y – x > 0

Решение. 1) y > x, 3) xy < 0 и 4) y – x > 0 – верные утверждения, т.к. y > 0, а x < 0 .
Неверно второе утверждение, т.к. $|x| > |y|$, y > 0, x < 0 , поэтому x + y < 0.
Ответ 2.

Пример 12. Укажите наименьшее из чисел: $^7/_8$; $^7/_9$; 0,75; 0,81

1) $^7/_8$ 2) $^7/_9$ 3)0,75   4) 0,81

Решение. $^7/_8 > {^7/_9}$, т.к. 8 < 9, а 0,75 < 0,81.
Сравним $^7/_8$ и 0,75 = $^3/_4$, для этого приведем обе дроби к общему знаменателю:
$^7/_8 > {^6/_8}$. Верный третий ответ.
Ответ 3.

Пример 13. Сравните значения выражений p + 2c и c – p при p = –1, c = 2,5.

1) p + 2c < c – p   2) p + 2c = c – p   3) p + 2c > c – p   4) другой ответ

Решение. $p + 2c = -1 + 2 \cdot 2{,}5 = 4 > 2{,}5 - (-1) = 3{,}5$ (верный 3 вариант)
Ответ 3.

Пример 14. Пять лучших результатов районной олимпиады по математике представлены в таблице:

Фамилия уч-ка	Иванов	Петров	Буслов	Юрьев	Смирнов
Кол-во баллов	14,8	12,3	14,5	15,7	12,1

Какой ученик занял 3-е место?

1) Буслов 2) Петров 3) Юрьев 4) Иванов

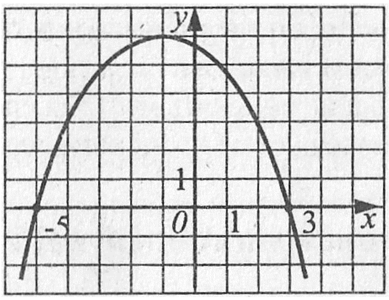
Решение. Расположим баллы в порядке убывания: $15{,}7 > 14{,}8 > 14{,}5 > 12{,}3 > 12{,}1$.
На третьем месте Буслов (ответ 1).
Ответ 1.

Пример 15. Скорость Ахиллеса 10 м/с, а скорость черепахи 0,1 км/ч. Во сколько раз скорость Ахиллеса больше, чем скорость черепахи?

1) 10 2) 100 3) 36 4) 360

Решение. Переведем км/ч в м/с: $0{,}1$ км/ч $= 0{,}1 \cdot {}^{1000м}/_{3600с} = 0{,}1 \cdot {}^{10}/_{36} = {}^{1}/_{36}$ (м/с).
Чтобы ответить на вопрос задачи, раздели скорость Ахиллеса на скорость черепахи: $10 : {}^{1}/_{36} = 360$ (раз), что соответствует четвертому варианту ответов.
Ответ 4.

Пример 16. На рисунке изображен график функции У = Н(Х). Используя график, сравните значения Н(–3,5) и Н(3,5).



1) $H(-3{,}5) < H(3{,}5)$ 2) $H(-3{,}5) > H(3{,}5)$ 3) $H(-3{,}5) = H(3{,}5)$ 4) другой ответ

Решение. $H(-3{,}5) > 0$, а $H(3{,}5) < 0$. Поэтому $H(-3{,}5) > H(3{,}5)$, что соответствует второму варианту.
Ответ 2.