

73 ТЕСТ по теме ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Доказать, что уравнение не имеет решений:

1. $2\sqrt{x^3 - 4x^2 + 1} + \sqrt{x^2(x+1)^3} = -5$; Ответ: \emptyset
2. $\sqrt{x-6} + \sqrt{3-x} = 4x - 3x^2 + 1$; Ответ: \emptyset
3. $\sqrt{17+5\sqrt{4x^2-16}} + x^2\sqrt{7-x} = 3$; Ответ: \emptyset
4. $\sqrt{x^2-16} + \sqrt{x^2+4} = \frac{x+5}{\sqrt{(x+11)(x+4)}}$. Ответ: \emptyset

Решить уравнения:

5. $\sqrt{5-\sqrt{x+1}+\sqrt{2x^2+x+3}} = 1$; Ответ: $x_1 = -37, x_2 = 6$.
6. $\sqrt{2x+5} + \sqrt{5x+6} = \sqrt{12x+25}$; Ответ: $x = 2$.
7. $\sqrt{x-\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+9} - \sqrt{x+4} = 0$; Ответ: $x = 0$.
8. $\sqrt{x^2+x+7} + \sqrt{x^2+x+2} = \sqrt{3x^2+3x+19}$; Ответ: $x_1 = -2, x_2 = 1$.
9. $\sqrt{x+8} + 2\sqrt{x+7} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x+7} = 4$; Ответ: $x = 2$.
10. $\sqrt[3]{x+7} + \sqrt[3]{28-x} = 5$; Ответ: $x_1 = 1, x_2 = 20$.
11. $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2x-3} = \sqrt[3]{12(x-1)}$; Ответ: $x_1 = 1, x_2 = 3$.
12. $\sqrt[3]{9-\sqrt{x+1}} + \sqrt[3]{7+\sqrt{x+1}} = 4$; Ответ: $x = 0$.
13. $\sqrt[4]{77+x} + \sqrt[4]{20-x} = 5$; Ответ: $x_1 = -61, x_2 = 4$.
14. $\sqrt[4]{78+\sqrt[3]{24+\sqrt{x}}} - \sqrt[4]{84-\sqrt[3]{30-\sqrt{x}}} = 0$; Ответ: $x = 9$.
15. $\sqrt[3]{(x-2)(x-32)} + \sqrt[3]{(x-1)(x-33)} = 1$; Ответ: $x_1 = 17 - \sqrt{257}, x_2 = 17 + \sqrt{257}$.
16. $\sqrt[7]{\frac{5-x}{x+3}} + \sqrt[7]{\frac{x+3}{5-x}} = 2$; Ответ: $x = 1$.
17. $\sqrt{x} + \sqrt{x+7} + 2\sqrt{x^2+7x} = 35 - 2x$. Ответ: $x = \frac{841}{144}$.
18. $\sqrt{x^2 - 6x + 7} = -1$ Ответ: \emptyset
19. $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2} = 0$ Ответ: \emptyset
20. $\sqrt{3-x} + \sqrt{x-5} = 3$ Ответ: \emptyset
21. $\sqrt{\frac{4-x}{x}} + \sqrt{\frac{x-4}{x+1}} = 2 - \sqrt{x^2-12}$ Ответ: 4
22. $\sqrt[3]{5x+27} = x+3$ Ответ: 0
23. $\sqrt[3]{x} = \sqrt{x-4}$ Ответ: 8
24. $\sqrt{x^2-9x+25} = 2x-13$ Ответ: 9
25. $\sqrt{3-x} + \sqrt{6+x} = 3$ Ответ: -6; 3
26. $\sqrt{3x-5} - \sqrt{4-x} = 1$ Ответ: 3
27. $\sqrt{\frac{20+x}{x}} + \sqrt{\frac{20-x}{x}} = \sqrt{6}$ Ответ: 12
28. $\sqrt{x^2-x-2} + \sqrt{x^2+2x-8} = \sqrt{x^2-5x+6}$ Ответ: 2
29. $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = \sqrt{11-x}$ Ответ: 2
30. $2\sqrt[3]{x} + 5\sqrt[6]{x} = 18$ Ответ: 64

31. $\sqrt[3]{\frac{x+4}{5x+7}} + \sqrt[6]{\frac{5x+7}{x+4}} = \frac{13}{6}$ Ответ: 4
32. $1 + \frac{15}{\sqrt{2x+1}} = 2\sqrt{2x+1}$ Ответ: 4
33. $x^2 + 5x + 4 = 5\sqrt{x^2 + 5x + 28}$ Ответ: -9, 4
34. $\sqrt{3x^2 - x + 6} - \sqrt{3x^2 - x - 1} = 1$ Ответ: -5/3, 2
35. $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 6x + 9} = 5$ Ответ: [-3; 2].
36. $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = x-1$ Ответ: $x = 8 - 2\sqrt{6}$
37. $\sqrt{2x+5} + \sqrt{3x-5} = 4$ Ответ: 2
38. $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{3x-2} = \sqrt[3]{x-2}$ Ответ: 0
39. $\frac{(4-x)\sqrt{4-x} + (x-2)\sqrt{x-2}}{\sqrt{4-x} + \sqrt{x-2}} = 2$ Ответ: 2; 4
40. $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2} + 2\sqrt{(x-2)(x+2)} = 6 - 2x$ Ответ: 2
41. $\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} = x^2 - 4x + 6$ Ответ: 9
42. $\sqrt[4]{x+7} - \sqrt[4]{x-9} = 2$ Ответ: 5
43. $\frac{x^2}{\sqrt{2x+15}} + \sqrt{2x+15} = 2x$ Ответ: -1
44. $\sqrt{x^2 + x - 5} + \sqrt{x^2 + x + 10} = 5$ Ответ: 2; -3
45. $\sqrt{5x-19} + \sqrt{5x-16} - 3\sqrt{2x-7} = 0$ Ответ: 4
46. $\sqrt{\frac{x-2}{x-5}} - 24\sqrt{\frac{x-5}{x-2}} = 2$ Ответ: $\frac{178}{35}$
47. $\sqrt{x^2 + 9x - 25} = \sqrt{5x+7}$ Ответ: 4
48. $(x^2 - 6x)\sqrt{3-x} = x(x^2 - 9x + 8)$ Ответ: 0; 2
49. $5\sqrt{x} = 16 - |x-10|$ Ответ: 4; 9; $\frac{77 - 5\sqrt{129}}{2}$
50. $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{x} - \sqrt{x-9}}} + \frac{1}{\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{x-9}}} = \frac{\sqrt{x-9}}{6}$ Ответ: 121

Доказать, что неравенство не имеет решений:

51. $\sqrt[4]{x^2 + 5x + 6} + \sqrt{x+8} \leq -3$; Ответ: \emptyset .
52. $\sqrt{\sqrt{x+1}} + \sqrt{\sqrt{x+1} + 2} < \sqrt{2\sqrt{x+1} + 3}$; Ответ: \emptyset .
53. $\sqrt{4 - 3(x+5)^2} + \sqrt{9 - \frac{5}{x^2}} > 1 + \sqrt{16 + 7(x+2)^2}$; Ответ: \emptyset .
54. $\sqrt{(2x^2 + 2 + \frac{1}{x^2 + 1})(x^2 + 1 + \frac{1}{1-x+x^2} + \frac{1}{1+x+x^2})} < 2 + \sqrt{1-x^2}$. Ответ: \emptyset .

Решить неравенства:

55. $\sqrt{x^2 + 3x - 18} > 2x + 3$ Ответ: $(-\infty, -6]$.
56. $\sqrt{x^2 - x - 90} \geq -1$ Ответ: $(-\infty, -9] \cup [10, +\infty)$.

57. $\sqrt[4]{x^2 - 9x + 16} > 2$ Ответ: $x \in (-\infty, 0) \cup (9, +\infty)$.

58. $\sqrt{x^2 + 4x - 5} < 2x + 1$ Ответ: $x \geq 1$.

59. $\sqrt{x^2 - 5x + 4} < 2$ Ответ: $x \in (0; 1] \cup [4; 5)$.

60. $\sqrt{x^2 - x - 2} \leq -2$ Ответ: $x \in (4, 6]$

61. $\sqrt{(x+4)(2x-1)} < 2(x+4)$; Ответ: $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

62. $\sqrt{3x^2 - 22x} > 2x - 7$; Ответ: $(-\infty, 0]$.

63. $\sqrt{17 - 4x} + \sqrt{x - 5} - \sqrt{13x + 1} \leq 0$; Ответ: \emptyset .

64. $2\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} \geq 2\sqrt{x-3}$; Ответ: $\left[3, \frac{15 + 16\sqrt{15}}{15}\right]$.

65. $\sqrt{3x^2 + 5x + 7} - \sqrt{3x^2 + 5x + 2} > 1$; Ответ: $(-2, -1] \cup \left[-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$.

66. $\sqrt[3]{x+5} + 2 > \sqrt[3]{x-3}$; Ответ: R .

67. $\sqrt[4]{x-2} + \sqrt[4]{6-x} \geq \sqrt{2}$; Ответ: $[2, 6]$.

68. $\frac{\sqrt{x^2 - 16}}{\sqrt{x-3}} + \sqrt{x-3} > \frac{5}{\sqrt{x-3}}$. Ответ: $(5, +\infty)$.

69. $\frac{\sqrt{6x+5}}{10x+5} \leq \frac{\sqrt{6x+5}}{5-x}$ Ответ: $x = -\frac{5}{6}$; $[0; 5)$

70. $\sqrt{x-2} + \sqrt{2x-27} < 7$ Ответ: $[13, 5; 18)$

71. $(x-7)\sqrt{x^2 - 7x + 6} < 49 - 7x$ Ответ: $(-\infty; 1] \cup [6; 7)$