

## Тест по теме 70 «Тожественные преобразования тригонометрических выражений»

Доказать тождества (задания 1-2):

**Задание 1.**

$$a) \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{2}{\cos^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x};$$

$$b) \frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^4 x}{\cos^4 x};$$

$$c) \frac{2 \sin x \cos x - \cos x}{1 - \sin x + \sin^2 x - \cos^2 x} = \frac{\cos x}{\sin x};$$

$$d) \left( \sin x + \frac{1}{\sin x} \right)^2 + \left( \cos x + \frac{1}{\cos x} \right)^2 = 7 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}.$$

**Задание 2.**

$$a) \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x;$$

$$b) \sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x;$$

$$c) \sin^2 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = 1;$$

$$d) 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1.$$

**Задание 3.** Преобразовать выражение  $\sin\left(\frac{5}{2}\pi - t\right)$ .

*Ответ: cost.*

**Комментарий.**  $\frac{5}{2}\pi = \frac{\pi}{2} \cdot 5$ , следовательно, аргумент находится в первой четверти, функция  $\sin t$  во первой четверти неотрицательна (перед функцией в ответе поставим знак «+»). Так как к  $t$  прибавляется выражение вида  $\frac{\pi}{2}n$ ,  $n=5$  - нечетное, то функция  $\sin$  меняется на функцию  $\cos$ . Суммируя сказанное, получаем ответ:  $\sin\left(\frac{5}{2}\pi - t\right) = +\cos t = \text{cost}$ .

**Задание 4.** Преобразовать выражение  $\text{tg}(7\pi - t)$ .

*Ответ: -tgt.*

**Задание 8.** Упростить выражение:  $\frac{\sin 2\alpha + \sin 5\alpha + \sin 8\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 5\alpha + \cos 8\alpha}$ .

*Ответ: tg5α*

**Задание 5.**  $\sin 30^\circ \text{tg} 225^\circ$

*Ответ: 0,5*

**Задание 6.**  $\sin^2 \frac{\pi}{4} - 2 \cos^2 \frac{\pi}{3}$

*Ответ: 0*

**Задание 7.**  $\frac{3 \cos 50^\circ - 4 \sin 140^\circ}{\cos 130^\circ}$

*Ответ: 1*

**Задание 8.**  $10 \operatorname{tg} 35^\circ \operatorname{ctg} 215^\circ$

*Ответ: 10*

**Задание 9.**  $\sin 15^\circ + \operatorname{tg} 30^\circ \cos 15^\circ$

*Ответ: 1*

**Задание 10.**  $\frac{(\sin 75^\circ - \sin 15^\circ) \cos 90^\circ}{\sin 90^\circ (\sin 75^\circ + \sin 15^\circ)}$

*Ответ: 0*

**Задание 11.**  $\left( \frac{\sin 80^\circ + \sin 40^\circ}{\sin 70^\circ} \right)^2$

*Ответ: 1*

**Задание 12.**  $\frac{1 + \operatorname{tg} 4^\circ \operatorname{tg} 49^\circ}{\operatorname{tg} 49^\circ - \operatorname{tg} 4^\circ}$

*Ответ: 1*

**Задание 13.**  $96\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6}$

*Ответ: 9*

**Задание 14.**  $16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \sin 90^\circ$

*Ответ: 1*

**Задание 15.**  $\sin 38^\circ \sin 82^\circ + \cos 38^\circ \cos 98^\circ$

*Ответ: -0,5*

**Задание 16.**  $\sin 17^\circ \sin 47^\circ + \cos 137^\circ \cos 73^\circ$

*Ответ: -0,5*

**Задание 17.**  $\frac{\sin 0^\circ (\cos 70^\circ \cos 10^\circ + \cos 80^\circ \cos 20^\circ)}{\cos 68^\circ \cos 8^\circ + \cos 82^\circ \cos 22^\circ}$

*Ответ: 0*

**Задание 18.**  $\frac{\cos^2 37^\circ - \cos^2 217^\circ}{\cos 14^\circ}$

*Ответ: 0*

**Задание 19.**  $1 + \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ - \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 20^\circ$

*Ответ: 1*

**Задание 20.**  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{12} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{12} - 12 \cos^2 \frac{\pi}{12} - 12 \sin^2 \frac{\pi}{12}$

*Ответ: -11*

**Задание 21.**  $2 \sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} \left( \cos^2 \frac{\pi}{24} + \sin^2 \frac{\pi}{24} \right)$

Ответ: 0

**Задание 22.**  $\frac{\sin 360^\circ (\sin 55^\circ \sin 9^\circ - \cos 55^\circ \sin 81^\circ)}{\cos 180^\circ (\cos^2 32^\circ - \sin^2 32^\circ)}$

Ответ: 0

**Задание 23.**  $\frac{\sin 18^\circ \cos 36^\circ - \sin 36^\circ \sin 72^\circ}{\sin 72^\circ \cos 54^\circ - \sin 54^\circ \sin 18^\circ}$

Ответ: 1

**Задание 24.** Определить  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,8$  ( $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ ).

Ответ: 0,6

**Задание 25.** Найти  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$  и  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ .

Ответ: -2,4

**Задание 26.** Определить  $\sin 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,6$ ;  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

Ответ: 0,96

**Задание 27.** Определить  $\sin 2\alpha$ , если  $\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha) = -2$ ;  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

Ответ: 0,8

**Задание 28.** Определить  $12 \cos^2(2x - 270^\circ)$ , если  $\cos 4x = \frac{2}{3}$

Ответ: 2

**Задание 33.** Найти  $49 \sin^2(6x - 360^\circ)$ , если  $\operatorname{tg} 3x = \sqrt{6}$ .

Ответ: 24

**Задание 29.** Определить  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\frac{2 \sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha - 2 \cos \alpha} = 3$ .

Ответ: 5

**Задание 30.** Определить  $\sin(\alpha + \beta)$ , если  $\sin \alpha = 0,6$ ,  $\sin \beta = -0,8$  и угол  $\alpha$  принадлежит первой четверти, угол  $\beta$  принадлежит третьей координатной четверти.

Ответ: -0,96

**Задание 31.** Вычислить  $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ , если  $\cos x = 0,6$  и угол  $x$  - острый.

Ответ: 0,5

**Задание 32.** Вычислить  $\operatorname{ctg} \frac{x}{2}$ , если  $\cos x = 0,6$  и угол  $x$  - острый.

Ответ: 2

**Задание 33.** Вычислить  $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ , если  $\cos x = -0,6$  и угол  $x$  - тупой.

Ответ: -0,5

**Задание 34.** Вычислить  $ctg \frac{x}{2}$ , если  $\cos x = 0.6$  и угол  $x$  - тупой.

*Ответ:* -2

**Задание 35.** Упростить  $\frac{tgx + ctgx + \operatorname{cosec} 2x}{\sec(\frac{\pi}{2} - 2x)}$

*Ответ:* 3.

**Задание 36.**  $\sin x \left( 1 + tgx \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right) - tgx$

*Ответ:* 0.

**Задание 37.**  $\frac{1}{1 + tg^2 x} + \frac{1}{1 + ctg^2 x}$

*Ответ:* 1.

**Задание 38.**  $(\sin x + \cos x)^2 - \frac{2}{tgx + ctgx}$

*Ответ:* 1.

**Задание 39.**  $\frac{2 \sin x - \sin 2x}{2 \sin x + \sin 2x} - tg^2 \frac{x}{2}$

*Ответ:* 0.

**Задание 40.** Вычислить  $\cos 2x$ , если  $\sin x = 0.25$

*Ответ:* 0,875

**Задание 41.** Вычислить  $\cos x + tgx$ , если  $\sin x = 0.6$ ,  $x$  - угол, принадлежащий второй четверти

*Ответ:* -1,55

**Задание 42.** Вычислить  $\operatorname{ctg} x$ , если  $\cos x = \frac{12}{13}$ ,  $\pi < x < 2\pi$ .

*Ответ:* -2,5

*Доказать тождества (задание 39 - 48)*

**Задание 43.**  $\frac{1 - 2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}$

**Задание 44.**  $\frac{\sin^4 \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \cos^4 \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - 1} = \cos 2\alpha$

**Задание 45.**  $(1 + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} 2\beta) \cdot \sin 2\beta = \operatorname{tg} 2\beta$

**Задание 46.**  $\frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha} = \operatorname{tg}^4 \alpha$

**Задание 47.**  $\sin^2(\alpha + \beta) - \sin^2\alpha - \sin^2\beta = 2 \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos(\alpha + \beta)$

**Задание 48.**  $\frac{\sin\alpha + \sin 5\alpha}{\cos\alpha + \cos 5\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha$

**Задание 49.**  $\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)} = \operatorname{tg}\alpha$

**Задание 50.**  $\frac{\sin\alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{\cos\alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha$

**Задание 51.**  $\frac{\cos 4\alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha - \sin 4\alpha}{\cos 4\alpha \cdot \operatorname{ctg} 2\alpha + \sin 4\alpha} = -\operatorname{tg}^2 2\alpha$

**Задание 52.**  $(\cos\alpha - \cos\beta)^2 - (\sin\alpha - \sin\beta)^2 = -4 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos(\alpha + \beta)$