Тема № 58 «Прямые на плоскости и в пространстве.
Плоскости в пространстве»

В заданиях ЕГЭ типа С2 данная тема занимает весомое место (более 50% всех заданий С2).

Основные определения и теоремы

1. Две прямые в пространстве называются *параллельными,* если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.
2. Прямые, которые не пересекаются и не лежат в одной плоскости, называются *скрещивающимися.*
3. Через точку вне данной прямой можно провести прямую, параллельную этой прямой, и притом только одну.
4. Через точку вне данной плоскости можно провести плоскость, параллельную данной, и притом только одну.
5. *Признак параллельности прямой и плоскости:*
   Если прямая, принадлежащая плоскости, параллельна какой-нибудь прямой в этой плоскости, то она параллельна и самой плоскости.
6. Две плоскости называются *параллельными,* если они не пересекаются.
7. *Признак параллельности плоскостей:*
   Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.
8. Прямая, пересекающая плоскость, называется *перпендикулярной* этой плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, которая лежит в данной плоскости и проходит через точку пересечения.
9. *Признак перпендикулярности прямой и плоскости:*
   Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым в плоскости, то она перпендикулярна данной плоскости.
10. *Теорема о трех перпендикулярах:*
    Для того, чтобы прямая лежащая в плоскости, была перпендикулярна наклонной, необходимо и достаточно, чтобы эта прямая была перпендикулярна проекции наклонной.
11. Если прямая, пересекающая плоскость, перпендикулярна двум прямым, лежащим в этой плоскости и проходящим через точку пересечения данной прямой и плоскости, то она перпендикулярна плоскости.
12. Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой.
13. Если две прямые перпендикулярны одной и той же плоскости, то они параллельны.
14. Если прямая, лежащая в плоскости, перпендикулярна проекции наклонной, то она перпендикулярна и самой наклонной.
15. Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, расположенной в этой плоскости, то она параллельна этой плоскости.
16. Если прямая параллельна плоскости, то она параллельна некоторой прямой на этой плоскости.
17. Если прямая и плоскость перпендикулярны одной и той же прямой, то они параллельны.

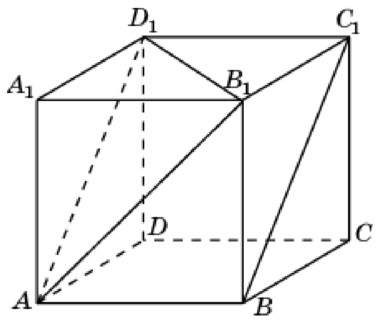
18. Все точки прямой, параллельной плоскости, одинаково удалены от этой плоскости.

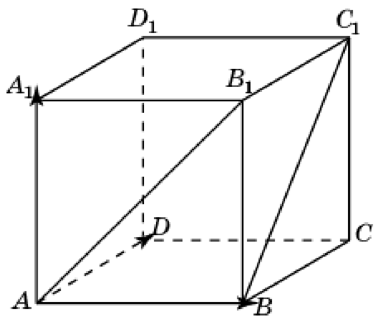
1. Угол между прямыми

- ***Углом между двумя пересекающимися прямыми*** называется наименьший из углов, образованных при пересечении прямых.
- $0^{\circ} < \angle(a, b) \le 90^{\circ}$.
- ***Углом между двумя скрещивающимися прямыми*** называется угол между пересекающимися прямыми, соответственно параллельными данным скрещивающимся.

1.1. В единичном кубе $A…D_1$ найдите угол между прямыми AB_1 и BC_1.

Решение:





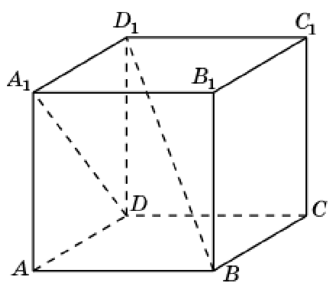
1-й способ. Прямая AD_1 параллельна прямой BC_1 и, следовательно, угол между прямыми AB_1 и BC_1 равен углу B_1AD_1. Треугольник B_1AD_1 равносторонний и, значит, угол B_1AD_1 равен 60°.

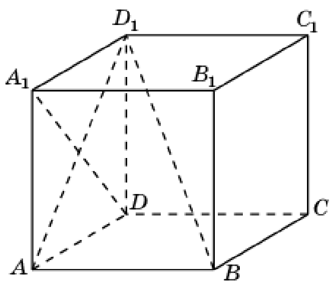
2-й способ. Введем систему координат, считая началом координат точку A, осями координат – прямые AB, AD, AA_1. Вектор $\overrightarrow{AB_1}$ имеет координаты (1, 0, 1). Вектор $\overrightarrow{BC_1}$ имеет координаты (0, 1, 1). Воспользуемся формулой нахождения косинуса угла φ между векторами $\overrightarrow{AB_1}$ и $\overrightarrow{BC_1}$. Получим $\cos\varphi = \dfrac{1}{2}$ и, значит, угол φ равен 60°. Следовательно, искомый угол между прямыми AB_1 и BC_1 равен 60°.

Ответ 60°.

1.2. В единичном кубе $A…D_1$ найдите угол между прямыми DA_1 и BD_1.

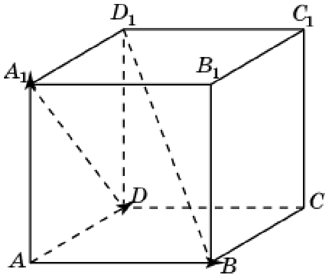
Решение:





1-й способ. Рассмотрим ортогональную проекцию AD_1 прямой BD_1 на плоскость ADD_1. Прямые AD_1 и DA_1 перпендикулярны. Из теоремы о трех перпендикулярах следует, что прямые DA_1 и BD_1 также перпендикулярны, т.е. искомый угол между прямыми DA_1 и BD_1 равен 90°.

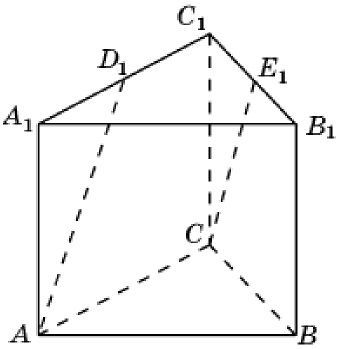
2-й способ. Введем систему координат, считая началом координат точку A, осями координат – прямые AB, AD, AA_1. Вектор $\overrightarrow{DA_1}$ имеет координаты (0, -1, 1). Вектор $\overrightarrow{BD_1}$ имеет координаты (-1, 1, 1). Скалярное произведение этих векторов равно нулю и, значит, искомый угол между прямыми DA_1 и BD_1 равен 90°.

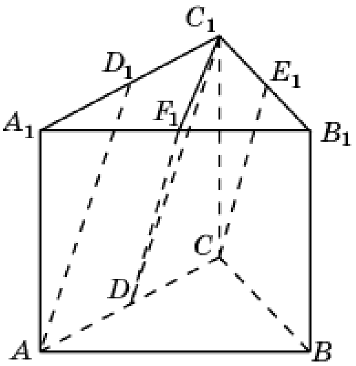


Ответ 90°.

1.3. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AD_1 и CE_1, где D_1 и E_1 – соответственно середины ребер A_1C_1 и B_1C_1.

Решение:



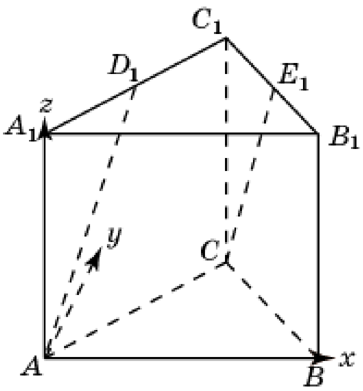


1-й способ. Обозначим D и F_1 соответственно середины ребер AC и A_1B_1.

$DC_1 \,||\, AD_1$ и $DF_1 \,||\, CE_1$, поэтому $\angle(AD_1;CE_1) = \angle C_1DF_1$. ΔC_1DF_1 равнобедренный,

$DC_1 = DF_1 = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$, $C_1F_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Используя теорему косинусов, получаем $\cos\angle C_1DF_1 = 0,7$.



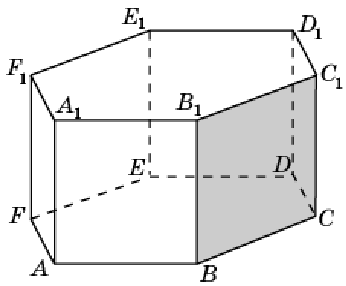
2-й способ. Введем систему координат, считая началом координат точку A, как показано на рисунке. Точка C имеет координаты $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$, точка D_1 имеет координаты $\left(\dfrac{1}{4}, \dfrac{\sqrt{3}}{4}, 1\right)$, точка E_1 имеет координаты $\left(\dfrac{3}{4}, \dfrac{\sqrt{3}}{4}, 1\right)$. Вектор $\overrightarrow{AD_1}$ имеет координаты $\left(\dfrac{1}{4}, \dfrac{\sqrt{3}}{4}, 1\right)$ Вектор $\overrightarrow{CE_1}$ имеет координаты $\left(\dfrac{1}{4}, -\dfrac{\sqrt{3}}{4}, 1\right)$. Косинус угла между прямыми AD_1 и CE_1 равен косинусу угла между векторами $\overrightarrow{AD_1}$ и $\overrightarrow{CE_1}$. Воспользуемся формулой нахождения косинуса угла φ между векторами. Получим $\cos\varphi = 0,7$.

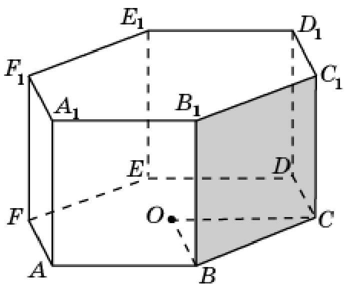
Ответ 0,7.

2. Угол между прямой и плоскостью

- ***Углом между плоскостью и не перпендикулярной ей прямой*** называется угол между этой прямой и ее проекцией на данную плоскость.
- $0^{\circ} < \angle(a,\ \alpha) \le 90^{\circ}$.

2.1. В правильной шестиугольной призме $A…F_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AF и плоскостью BCC_1.

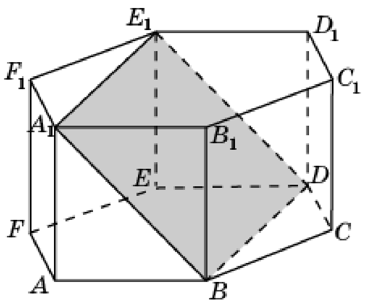




Решение. Пусть O – центр нижнего основания призмы. Прямая BO параллельна AF. Так как плоскости ABC и BCC_1 перпендикулярны, то искомым углом будет угол OBC. Так как треугольник OBC равносторонний, то этот угол будет равен 60°.

Ответ 60°.

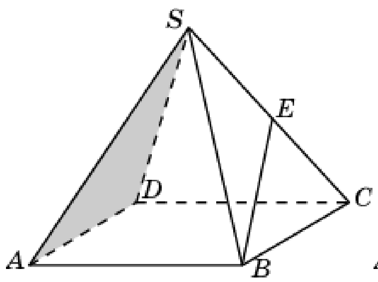
2.2. В правильной шестиугольной призме $A…F_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямой CC_1 и плоскостью BDE_1.

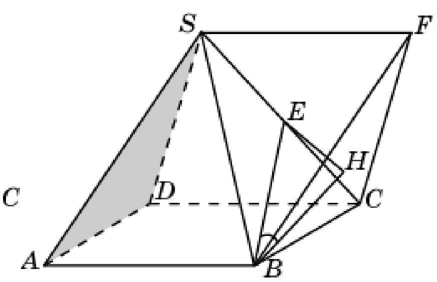


Решение. Так как прямые BB_1 и CC_1 параллельны, то искомый угол будет равен углу между прямой BB_1 и плоскостью BDE_1. Прямая BD, через которую проходит плоскость BDE_1, перпендикулярна плоскости ABB_1 и, значит, плоскость BDE_1 перпендикулярна плоскости ABB_1. Следовательно, искомый угол будет равен углу A_1BB_1, т.е. равен 45°.

Ответ 45°.

2.3. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите синус угла между прямой BE и плоскостью SAD, где E – середина ребра SC.





Решение. Через вершину S проведем прямую, параллельную прямой AB, и отложим на ней отрезок SF, равный отрезку AB. В тетраэдре $SBCF$ все ребра равны 1 и плоскость BCF параллельна плоскости SAD. Перпендикуляр EH, опущенный из точки E на плоскость BCF, равен половине высоты тетраэдра, т.е. равен $\frac{\sqrt{6}}{6}$. Угол между прямой BE и плоскостью SAD равен углу EBH, синус которого равен $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Ответ $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

3. Угол между двумя плоскостями

- ***Двугранный угол***, образованный полуплоскостями измеряется величиной его линейного угла, получаемого при пересечении двугранного угла плоскостью, перпендикулярной его ребру.
- Величина ***двугранного угла*** принадлежит промежутку (0º; 180º).

- Величина угла ***между пересекающимися плоскостями*** принадлежит промежутку (0º; 90º].
- Построение линейного угла двугранного угла, образованного плоскостями α и β: Строим два перпендикуляра $a \in \alpha$ и $b \in \beta$ к прямой пересечения плоскостей; а его величина находится из прямоугольного треугольника или из некоторого треугольника с применением теоремы косинусов:

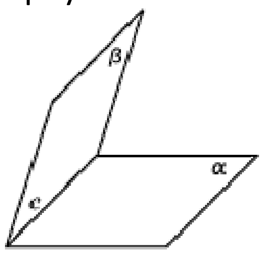


Рис. 1

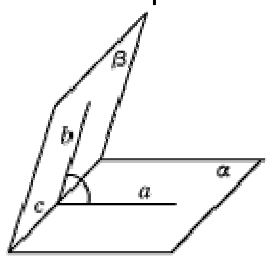
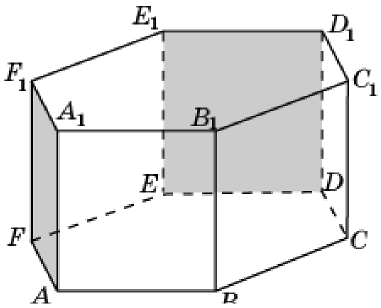
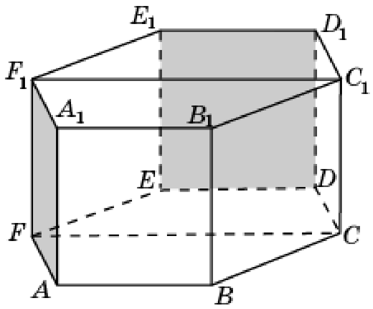
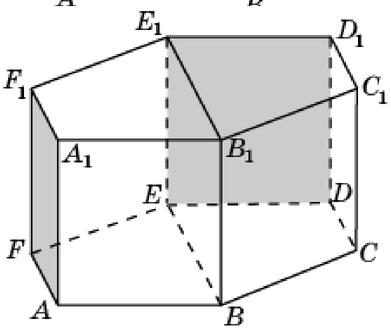


Рис. 2

3.1. В правильной шестиугольной призме $A \dots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями AFF_1 и DEE_1.

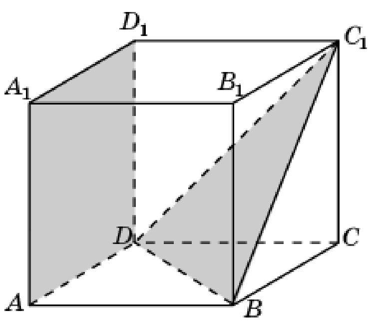


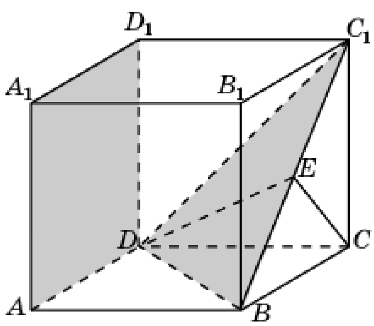




Решение:
1-й способ. Так как плоскость FCC_1 параллельна плоскости DEE_1, то искомый угол равен углу между плоскостями AFF_1 и FCC_1. Так как плоскости AFF_1 и FCC_1 перпендикулярны плоскости ABC, то соответствующим линейным углом будет угол AFC, который равен 60°.
2-й способ. Так как плоскость AFF_1 параллельна плоскости BEE_1, то искомый угол равен углу между плоскостями BEE_1 и DEE_1. Так как плоскости BEE_1 и DEE_1 перпендикулярны плоскости ABC, то соответствующим линейным углом будет угол BED, который равен 60°.
Ответ 60°.

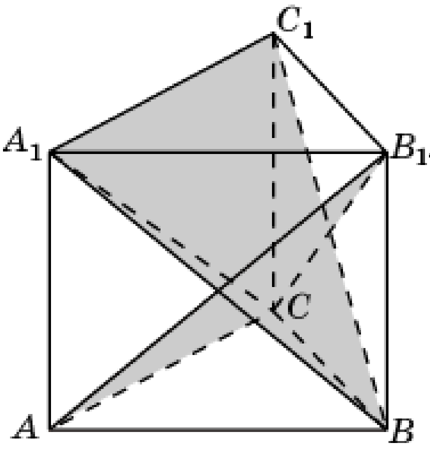
3.2. В единичном кубе $A \dots D_1$ найдите тангенс угла между плоскостями ADD_1 и BDC_1.

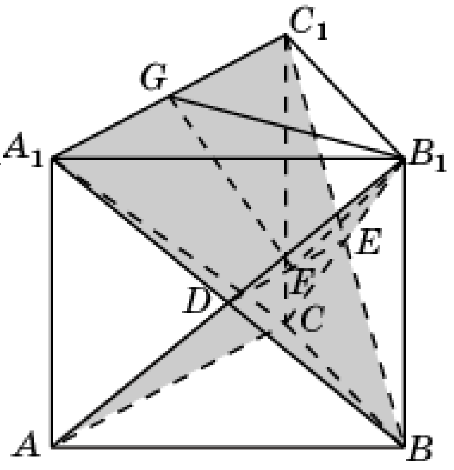




Решение: Так как плоскость ADD_1 параллельна плоскости BCC_1, то искомый угол равен углу между плоскостями BCC_1 и BDC_1. Пусть E – середина отрезка BC_1. Тогда прямые CE и DE будут перпендикулярны прямой BC_1 и, следовательно, угол CED будет линейным углом между плоскостями BCC_1 и

BDC_1. Треугольник CED прямоугольный, катет CD равен 1, катет CE равен $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
Следовательно, $tg\,\angle CED = \sqrt{2}$.
Ответ $\sqrt{2}$.
3.3. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1D_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между плоскостями ACB_1 и BA_1C_1.

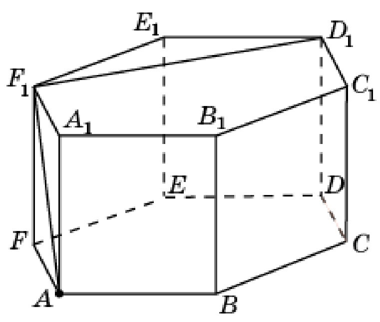




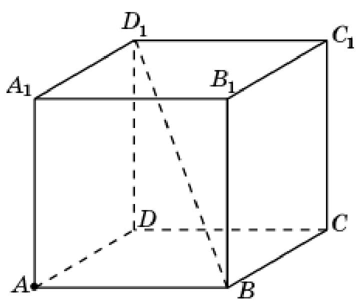
Решение: Пусть DE – линия пересечения данных плоскостей, F – середина отрезка DE, G – середина отрезка A_1C_1. Угол GFB_1 является линейным углом между данными плоскостями. В треугольнике GFB_1 имеем: $FG = FB_1 = \frac{\sqrt{7}}{4}$, $GB_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$. По теореме косинусов находим $\cos\angle GFB_1 = \frac{1}{7}$.
Ответ $\frac{1}{7}$.

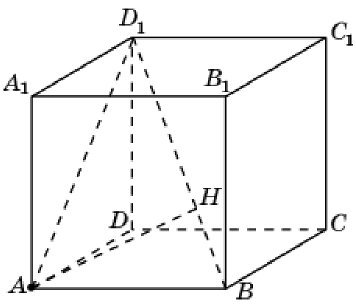
4. Расстояние от точки до прямой

- ***Расстояние от точки до прямой***, не содержащей эту точку, есть длина отрезка перпендикуляра, проведенного из этой точки на прямую.
- ***Расстояние между двумя параллельными прямыми*** равно длине отрезка их общего перпендикуляра.
- ***Расстояние между двумя параллельными прямыми*** равно расстоянию от любой точки одной из этих прямых до другой прямой.



4.1. В правильной шестиугольной призме $A\ldots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой D_1F_1.
Решение: Так как прямая D_1F_1 перпендикулярна плоскости AFF_1, то отрезок AF_1 будет искомым перпендикуляром, опущенным из точки A на прямую D_1F_1. Его длина равна $\sqrt{2}$.
Ответ $\sqrt{2}$.
4.2. В единичном кубе $A\ldots D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой BD_1.
Решение:





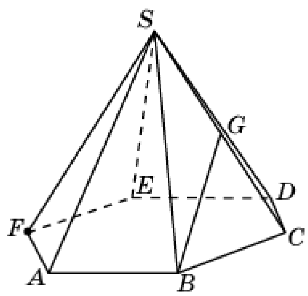
1-й способ. Искомым перпендикуляром является высота *AH* прямоугольного треугольника ABD_1, в котором *AB* = 1, $AD_1 = \sqrt{2}$, $BD_1 = \sqrt{3}$. Для площади *S* этого треугольника имеют место равенства $2S = AB \cdot AD_1 = BD_1 \cdot AH$. Откуда находим $AH = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

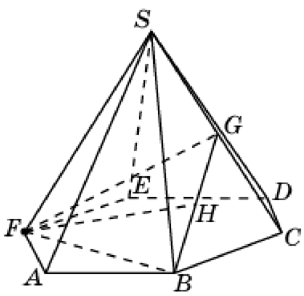
2-й способ. Искомым перпендикуляром является высота *AH* прямоугольного треугольника ABD_1, в котором *AB* = 1, $AD_1 = \sqrt{2}$, $BD_1 = \sqrt{3}$. Треугольники BAD_1 и *BHA* подобны по трем углам. Следовательно, $AD_1 : BD_1 = AH : AB$. Откуда находим $AH = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

3-й способ. Искомым перпендикуляром является высота *AH* прямоугольного треугольника ABD_1, в котором *AB*=1, $AD_1=\sqrt{2}$, $BD_1=\sqrt{3}$. Откуда $\sin\angle ABD_1 = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$ и, следовательно, $AH = AB \cdot \sin\angle ABH = \dfrac{\sqrt{6}}{3}.$

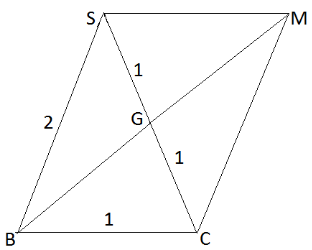
Ответ $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

4.3. В правильной шестиугольной пирамиде *SABCDEF*, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2. Найти расстояние от точки *F* до прямой *BG*, где *G* – середина ребра *SC*.





Решение: Искомое расстояние от точки *F* до прямой *BG* равно высоте *FH* треугольника *FBG*, в котором по теореме косинусов в треугольнике AFB: $FB = FG = \sqrt{3}$. Найдем BG, как половину диагонали параллелограмма, который получим, если достроим треугольник BCG до параллелограмма CBSM, затем воспользуемся формулой: $d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$. BG = $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. По теореме Пифагора в треугольнике BFH находим FH:



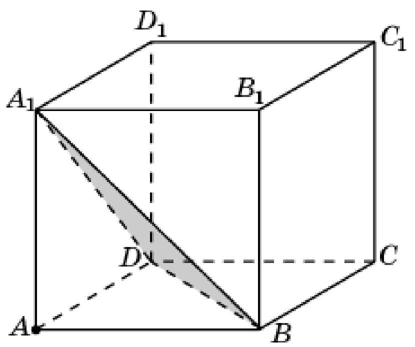
$$\mathrm{FH} = \sqrt{\mathrm{FB}^2 - \mathrm{BH}^2} = \sqrt{3 - \left(\frac{\sqrt{6}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{42}}{4}.$$

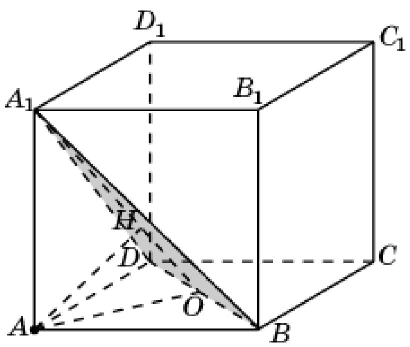
Ответ $\dfrac{\sqrt{42}}{4}$

5. Расстояние от точки до плоскости

- ***Расстояние от точки до плоскости***, не содержащей эту точку, есть длина отрезка перпендикуляра, опущенного из этой точки на плоскость.
- ***Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью*** равно длине их общего перпендикуляра.
- ***Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью*** равно расстоянию от любой точки этой прямой до плоскости.
- ***Расстояние между двумя параллельными плоскостями*** равно длине их общего перпендикуляра.
- ***Расстояние между двумя параллельными плоскостями*** равно расстоянию между точкой одной из этих плоскостей и другой плоскостью.

5.1. В единичном кубе $A…D_1$ найдите расстояние от точки A до плоскости BDA_1.





Решение:

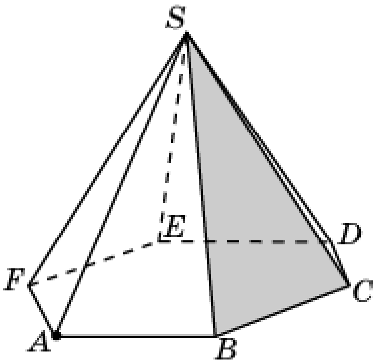
1-й способ. Пусть O – середина отрезка BD. Прямая BD перпендикулярна плоскости AOA_1. Следовательно, плоскости BDA_1 и AOA_1 перпендикулярны. Искомым перпендикуляром, опущенным из точки A на плоскость BDA_1, является высота AH прямоугольного треугольника AOA_1, в котором $AA_1 = 1$, $AO = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $OA_1 = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Для площади S этого треугольника имеют место равенства $2S = AO \cdot AA_1 = OA_1 \cdot AH$. Откуда находим $AH = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

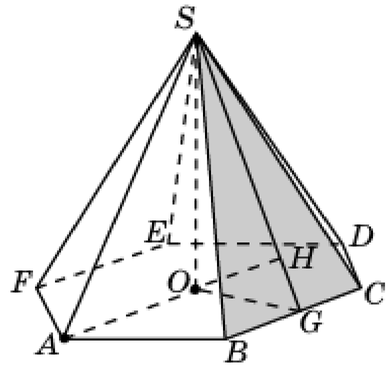
2-й способ. Пусть O – середина отрезка BD. Прямая BD перпендикулярна плоскости AOA_1. Следовательно, плоскости BDA_1 и AOA_1 перпендикулярны. Искомым перпендикуляром, опущенным из точки A на плоскость BDA_1, является высота AH прямоугольного треугольника AOA_1, в котором $AA_1 = 1$, $AO = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $OA_1 = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Треугольники AOA_1 и HOA подобны по трем углам. Следовательно, $AA_1:OA_1 = AH:AO$. Откуда находим $AH = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

3-й способ. Пусть O – середина отрезка BD. Прямая BD перпендикулярна плоскости AOA_1. Следовательно, плоскости BDA_1 и AOA_1 перпендикулярны. Искомым перпендикуляром, опущенным из точки A на плоскость BDA_1, является высота AH прямоугольного треугольника AOA_1, в котором $AA_1 = 1$, $AO = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $OA_1 = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$. Откуда $\sin\angle AOA_1 = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$ и, следовательно, $AH = AO \cdot \sin\angle AOH = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Ответ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

5.2. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2, найдите расстояние от точки A до плоскости SBC.





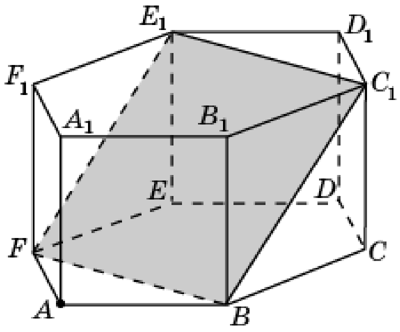
Решение:

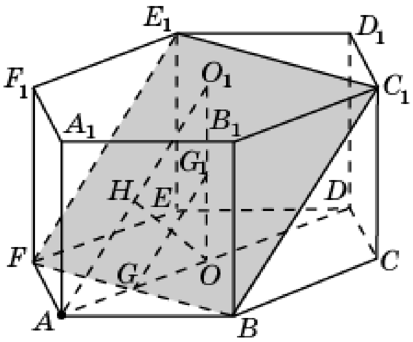
1-й способ. Пусть O – центр основания пирамиды. Прямая AO параллельна прямой BC и, значит, параллельна плоскости SBC. Следовательно, искомое расстояние равно расстоянию от точки O до плоскости SBC. Пусть G – середина отрезка BC. Тогда прямая OG перпендикулярна BC и искомым перпендикуляром, опущенным из точки O на плоскость SBC, является высота OH прямоугольного треугольника SOG. В этом треугольнике $OG = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $SG = \dfrac{\sqrt{15}}{2}$, $SO = \sqrt{3}$. Для площади S этого треугольника имеют место равенства $2S = OG \cdot SO = SG \cdot OH$. Откуда находим $OH = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

2-й способ. Пусть O – центр основания пирамиды. Прямая AO параллельна прямой BC и, значит, параллельна плоскости SBC. Следовательно, искомое расстояние равно расстоянию от точки O до плоскости SBC. Пусть G – середина отрезка BC. Тогда прямая OG перпендикулярна BC и искомым перпендикуляром, опущенным из точки O на плоскость SBC, является высота OH прямоугольного треугольника SOG. В этом треугольнике $OG = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $SG = \dfrac{\sqrt{15}}{2}$, $SO = \sqrt{3}$. Треугольники SOG и OHG подобны по трем углам. Следовательно, $SO{:}SG = OH{:}OG$. Откуда находим $OH = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Ответ $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

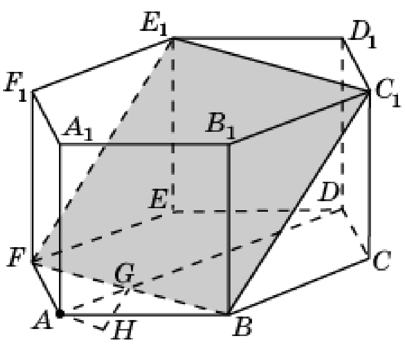
5.3. В правильной шестиугольной призме $A…F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до плоскости BFE_1.





Решение:

1-й способ. Пусть O и O_1 – центры оснований призмы. Прямая AO_1 параллельна плоскости BFE_1 и, следовательно, расстояние от точки A до плоскости BFE_1 равно расстоянию от прямой AO_1 до плоскости BFE_1. Плоскость AOO_1 перпендикулярна плоскости BFE_1 и, следовательно, расстояние от прямой AO_1 до плоскости BFE_1 равно расстоянию от прямой AO_1 до линии пересечения GG_1 плоскостей AOO_1 и BFE_1. Треугольник AOO_1 прямоугольный, $AO = OO_1 = 1$, GG_1 – его средняя линия. Следовательно, расстояние между прямыми AO_1 и GG_1 равно половине высоты OH треугольника AOO_1, т.е. равно $\frac{\sqrt{2}}{4}$.



2-й способ. Пусть G – точка пересечения прямых AD и BF. Угол между прямой AD и плоскостью BFE_1 равен углу между прямыми BC и BC_1 и равен 45°. Перпендикуляр AH, опущенный из точки A на плоскость BFE_1, равен $AG \cdot \sin 45°$. Так как AG = 0,5, то $AH = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Ответ $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

6. Расстояние между скрещивающимися прямыми

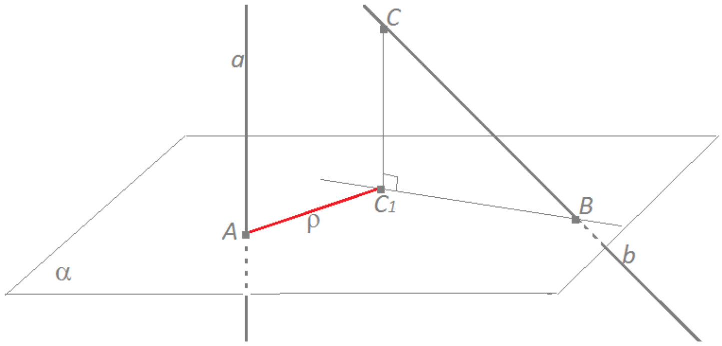
- ***Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми*** равно длине отрезка их общего перпендикуляра.

Способы нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми:

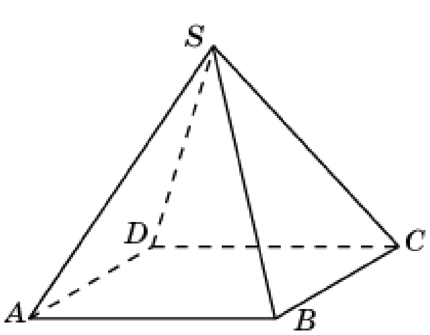
1. Найти длину общего перпендикуляра к этим прямым, если его можно построить
2. Построить плоскость, содержащую одну из прямых и параллельную второй. Тогда искомое расстояние равно расстоянию от какой-нибудь точки второй прямой до построенной плоскости.

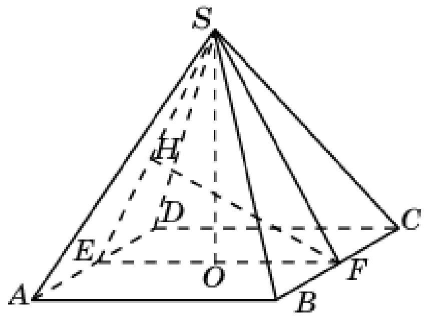
3. Заключить данные прямые в параллельные плоскости, проходящие через данные скрещивающиеся прямые, и найти расстояние между этими плоскостями.

4. Построить плоскость, перпендикулярную одной из данных прямых, и построить на этой плоскости ортогональную проекцию второй прямой:



6.1. В правильной четырехугольной пирамиде *SABCD*, все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми *SA* и *BC*.

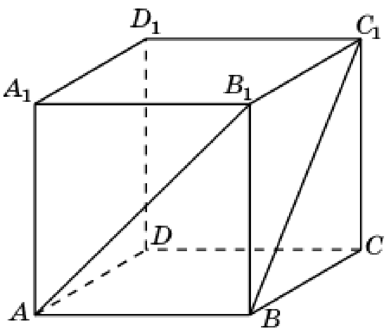




Решение: Прямая *BC* параллельна плоскости *SAD*, в которой лежит прямая *SA*. Следовательно, расстояние между прямыми *SA* и *BC* равно расстоянию от прямой *BC* до плоскости *SAD*.

Пусть E и F соответственно середины ребер AD и BC. Тогда искомым перпендикуляром будет высота FH треугольника SEF. В треугольнике SEF имеем: EF = 1, SE = SF = $\frac{\sqrt{3}}{2}$, высота *SO* равна $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Для площади *S* треугольника *SEF* имеют место равенства $2S = EF \times SO = SE \times FH$, из которых получаем $FH = \frac{EF \times SO}{SE} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

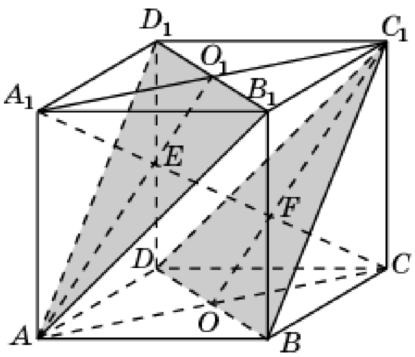
Ответ $\frac{\sqrt{6}}{3}$.



6.2. В единичном кубе $A \ldots D_1$ найдите расстояние между прямыми AB_1 и BC_1.

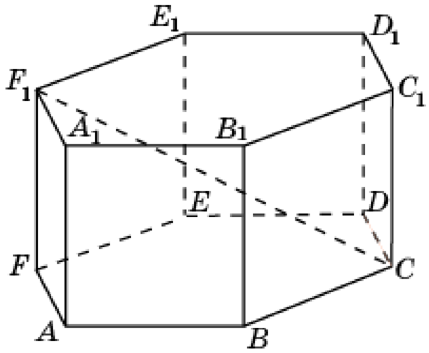
Решение: Плоскости AB_1D_1 и BDC_1, в которых лежат данные прямые, параллельны. Следовательно, расстояние между этими прямыми равно расстоянию между соответствующими плоскостями.

Диагональ CA_1 куба перпендикулярна этим плоскостям. Обозначим *E* и *F* точки пересечения диагонали CA_1 соответственно с плоскостями AB_1D_1 и BDC_1.



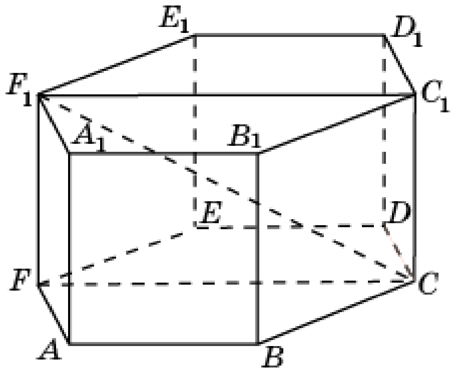
Длина отрезка EF будет равна расстоянию между прямыми AB_1 и BC_1. Пусть O и O_1 соответственно центры граней $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ куба. В треугольнике ACE отрезок OF параллелен AE и проходит через середину AC. Следовательно, OF – средняя линия треугольника ACE и, значит, $EF = FC$. Аналогично доказывается, что O_1E – средняя линия треугольника A_1C_1F и, значит, $A_1E = EF$. Таким образом, EF составляет одну треть диагонали CA_1, т.е. $EF = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Ответ $\frac{\sqrt{3}}{3}$.



6.3. В правильной шестиугольной призме $A…F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми AA_1 и CF_1.

Решение. Расстояние между прямыми AA_1 и CF_1 равно расстоянию между параллельными плоскостями ABB_1 и CFF_1, в которых лежат эти прямые. Оно равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



Ответ $\frac{\sqrt{3}}{2}$.