

10. Как изменится X , если его последовательно увеличить на $p\%$ n раз подряд?
Решение: Продолжая рассуждение в примере №9, получим формулу:
 $X(1 + p/100)^n$.
11. Как изменится X , если его последовательно уменьшать на $p\%$ n раз подряд?
Ответ $X(1 - p/100)^n$.

Тренировочные задачи.

1. Пальто дешевле шубы на 20%. На сколько % шуба дороже пальто?
Решение: Пусть P – стоимость пальто, $Ш$ – стоимость шубы.
 $P = 0,8Ш$, тогда $Ш = P : 0,8$; $Ш = 1,25P$. Т. е. шуба дороже пальто на 25%.
Ответ 25.
2. Пять рубашек дешевле куртки на 25%. На сколько процентов семь рубашек дороже куртки?
Решение: Пусть P – стоимость рубашки, K – стоимость куртки.
 $5P = 0,75K$; отсюда $P = 0,75K/5 = 0,15K$. тогда $7P = 7 \cdot 0,15K = 1,05K$.
Т.е. 7 рубашек дороже куртки на 5%.
Ответ 5.
3. Три числа относятся как 5:6:10. Если первое число уменьшить на 10%, а второе – на 20%, то на сколько % надо увеличить третье число, чтобы сумма не изменилась?
Решение: $5X + 6X + 10X = (5-0,5)X + (6-1,2)X + (10 + p)X$
 $21X = 4,5X + 4,8X + (10 + p)X$
 $11,7X = (10 + p)X \quad | :X$
 $11,7 = 10 + p$
 $p = 1,7$ или 17%.
Ответ 17%.
4. Некоторая сумма, больше 1000 рублей была помещена в банк и после первого года хранения проценты, начисленные на вклад, составили 400 рублей. Владелец вклада добавил на счет еще 600 рублей. После второго года хранения и начисления процентов сумма на вкладе стала равной 5500 рублям. Какова была первоначальная сумма вклада, если процентная ставка банка для первого и второго годов хранения была одинакова?
Решение: Пусть X руб. – первоначальная сумма.
После 1-го года хранения сумма стала $(X + 400)$ руб. Согласно формуле, полученной в п.10 получим первое уравнение: $X(1 + p/100) = X + 400$,
 $X + Xp/100 = X + 400$, $Xp/100 = 400$, откуда $Xp = 40000$, $p = 40000/X$.
Уравнение после 2-го года хранения, учитывая добавление на вклад 600 руб., примет вид: $(X + 1000)(1 + p/100) = 5500$. Раскроем скобки:
 $X + Xp/100 + 1000 + 10p = 5500$, заметим, что $Xp/100 = 400$, тогда уравнение примет вид: $X + 10p = 4100$. Подставим в него $p = 40000/X$, полученное в первом уравнении, и перейдем к квадратному уравнению:
 $X^2 - 4100X + 400000 = 0$. Решая, которое получим два корня $X_1 = 100$ и $X_2 = 4000$.

По условию задачи сумма была больше 1000, т.е. подходит только второе решение.

Ответ 4000.

5. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. На сколько % каждый год уменьшалась цена холодильника, если выставленный на продажу за 8000 рублей, он через два года был продан за 6480 рублей?

Решение: Согласно формуле примера №10 получим уравнение:

$$8000(1 - p/100)^2 = 6480; (1 - p/100)^2 = 0,81; \text{ откуда } 1 - p/100 = 0,9 \text{ или}$$

$1 - p/100 = -0,9$. Второе уравнение не удовлетворяет смыслу задачи, а из первого находим $p = 10\%$.

Ответ 10.

6. Чему равна первоначальная сумма вклада (в рублях), если после двух лет она выросла на 304,5 рубля при 3% годовых?

Решение: Пусть X - первоначальная сумма вклада. Согласно формуле примера №10 получим уравнение: $X(1 + 0,03)^2 = X + 304,5$; $1,0609X = X + 304,5$;

$$0,0609X = 304,5; X = 5000 \text{ (руб.)}$$

Ответ 5000.

7. Сбербанк в конце года начисляет 3% к сумме, находившейся на счету. На сколько рублей увеличится первоначальный вклад в 1000 рублей через 2 года?

Решение: Согласно формуле примера №10 получим:

$$1000(1 + 0,03)^2 = 1000 \cdot 1,0609 = 1060,9 \text{ (руб.)} \text{ Т.е. вклад увеличится на } 1060,9 - 1000 = 60,9 \text{ (руб.)}$$

Ответ 60,9.

8. Цену на автомобиль поднимали два раза: сначала на 25%, а затем на 20%. Во сколько раз новая цена на автомобиль больше первоначальной цены?

Решение: Пусть X – первоначальная цена автомобиля. Тогда цена после первого повышения составит $1,25A = 1,25A$, а после второго повышения: $120\%(1,25A) = 1,2 \cdot 1,25A = 1,5A$. Значит, новая цена на автомобиль больше первоначальной цены в 1,5 раза.

Ответ 1,5.

9. Три числа относятся как $8/19 : 0,6 : 93/95$. Третье число больше половины первого на 36,5. Найти большее из чисел.

Решение: Пусть первое число $8X/19$; второе – $0,6X$; третье – $93X/95$.

По условию 3-е больше $\frac{1}{2}$ первого на 36,5:

$$\frac{93}{95}X - \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{19}X = 36,5; X \left(\frac{93}{95} - \frac{4}{19} \right) = \frac{73}{2}; \frac{73}{95}X = \frac{73}{2}; X = 46,5. \text{ Тогда}$$

$$\text{первое число } (8/19) \cdot 46,5 = 20$$

$$\text{второе число } 0,6 \cdot 46,5 = 28,5$$

$$\text{третье число } (93/95) \cdot 46,5 = 46,5 - \text{наибольшее из чисел.}$$

Ответ 46,5.

10. Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составила 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков

возросла на 10%, а во втором – на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

Решение: Пусть X – численность волков в первом заповеднике, а Y – во втором заповеднике в 2009 году. Получим первое уравнение $X + Y = 220$.

В 2010 году в первом заповеднике стало

$X + 0,1X = 1,1X$, а во втором: $Y + 0,2Y = 1,2Y$. Получим второе уравнение: $1,1X + 1,2Y = 250$. Решим систему:

$$\begin{cases} X + Y = 220, \\ 1,1X + 1,2Y = 250; \end{cases} \quad \begin{cases} X = 220 - Y, \\ 1,1(220 - Y) + 1,2Y = 250; \end{cases}$$

11. Решим второе уравнение: $242 - 1,1Y + 1,2Y = 250$; $0,1Y = 8$; $Y = 80$,
 $X = 220 - 80 = 140$.

Ответ 140.

12. Следующие задачи тоже являются задачами на числа.

13. Двухзначное число в 4 раза больше суммы своих цифр, а квадрат этой суммы в 2,25 раза больше самого числа. Найти это число.

Решение: Пусть $10A + B$ – данное число.

$$\begin{cases} 10A + B = 4(A + B), \\ (A + B)^2 = 2,25(10A + B), \end{cases} \quad \begin{cases} 10A - 4A = 4B - B, \\ \left(\frac{10A+B}{4}\right)^2 = \frac{9}{4}(10A + B), \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6A = 3B, \\ \left(\frac{10A+B}{4}\right)\left(\frac{10A+B}{4} - 9\right) = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} B = 2A, \\ 10A + B = 36, \end{cases} \quad \begin{cases} B = 2A, \\ 12A = 36, \end{cases} \quad \begin{cases} B = 6, \\ A = 3. \end{cases}$$

$$10A + B = 36.$$

Ответ 36.

14. Сумма кубов цифр двухзначного числа равна 243, а произведение суммы его цифр на произведение цифр этого числа равно 162. Найти это число.

Решение: Пусть $10A + B$ – данное число.

$$\begin{cases} A^3 + B^3 = 243 = 3^5, \\ (A + B)AB = 162 = 2 \cdot 3^4, \end{cases} \quad \begin{cases} (A + B)(A^2 - AB + B^2) = 3^5, \\ (A + B)AB = 2 \cdot 3^4, \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

Разделим (1) на (2): $\frac{A^2 - AB + B^2}{AB} = \frac{3}{2}$, $\frac{A}{B} + \frac{B}{A} = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$,

Пусть $A/B = t$. $t + \frac{1}{t} - \frac{5}{2} = 0$, $2t^2 - 5t + 2 = 0$, $t_1 = 2$, $t_2 = 1/2$.

Получим две системы: $A/B = 2/1$ или $A/B = 1/2$.

$$\begin{cases} A = 2B, \\ (2B + B)B2B = 162, \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} B = 2A, \\ (2A + A)A2A = 162, \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 2B, \\ 6B^3 = 2 \cdot 3^4, \end{cases} \quad \begin{cases} B = 2A, \\ 6A^3 = 2 \cdot 3^4, \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 2B, \\ B^3 = 27, \end{cases} \quad \begin{cases} B = 2A, \\ A^3 = 27, \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 6 \\ B = 3 \end{cases}$$

$$10A+B=63$$

Ответ 63 или 36.

$$\begin{cases} A = 3 \\ B = 6. \end{cases}$$

$$10A+B=36.$$