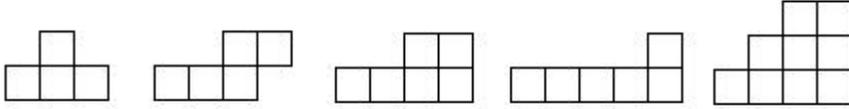


Подготовка к олимпиаде 5-6 класс

5.1. В примере на сложение двух чисел первое слагаемое меньше суммы на 2000, а сумма больше второго слагаемого на 6. Восстановите пример.

5.2. Составьте квадрат, используя ровно четыре из пяти изображенных ниже фигур. Каждую из четырех выбранных Вами фигур можно использовать только один раз.



5.3. Без ореха (от дупла до орешника) белка бежит со скоростью 4 м/сек, а с орехом (от орешника до дупла) — со скоростью 2 м/сек. На путь от дупла до орешника и обратно она тратит 54 секунды. Найдите расстояние от дупла до орешника. Ответ обоснуйте.

5.4. В день рождения дяди Федора почтальон Печкин хочет выяснить, сколько тому лет. Шарик говорит, что дяде Федору больше 11 лет, а кот Матроскин утверждает, что больше 10 лет. Сколько лет дяде Федору, если известно, что ровно один из них ошибся? Ответ обоснуйте.

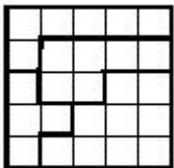
5.5. В забеге от Воробьевых гор до Красной площади приняли участие три спортсмена. Сначала стартовал Гриша, затем — Саша, и последней — Лена. После финиша выяснилось, что во время забега Гриша обгонял других 10 раз, Лена — 6 раз, Саша — 4 раза, причем все трое ни разу не оказывались в одной точке одновременно. В каком порядке финишировали спортсмены, если известно, что они пришли к финишу в разное время? Ответ обоснуйте.

Решения.

5.1. Ответ: $6+2000 = 2006$.

Если из суммы двух чисел вычесть одно из слагаемых, то получится другое слагаемое. Из условия следует, что второе слагаемое равно 2000, а первое - равно 6.

5.2. Ответ: см. рисунок.



Можно определить длину стороны искомого квадрата. Общее количество клеток пяти фигур равно $4+5+6+6+9=30$. Значит, если можно составить квадрат, то только со стороной 5. Таким образом, лишней является фигура из пяти клеток.

5.3. Ответ: 72 метра.

Поскольку обратно белка бежит в два раза медленнее, то время, затраченное белкой на обратную дорогу, в два раза больше времени, которое она тратит на дорогу от дупла до орешника. Поэтому, время, затраченное на дорогу от дупла до орешника, в три раза меньше времени, затраченного на всю дорогу, то есть, равно $54 : 3 = 18$ секунд. Следовательно, расстояние от дупла до орешника равно $18 \cdot 4 = 72$ метра.

5.4. Ответ: дяде Федору 11 лет.

Заметим, что если не ошибся Шарик, то не ошибся и Матроскин, что противоречит условию. Значит, Шарик сказал неправду, в отличие от кота Матроскина. Таким образом, дяде Федору больше 10 лет, но не меньше 11. Следовательно, дяде Федору исполнилось 11 лет.

5.5. Ответ: первым финишировал Гриша, затем - Саша, и последней - Лена.

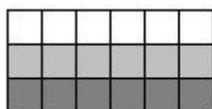
Гриша стартовал первым. Чтобы он смог совершить 10 обгонов, необходимо чтобы Саша и Лена обогнали его хотя бы 10 раз. Так как общее количество обгонов Саши и Лены равно $6 + 4 = 10$, то они обгоняли только Гришу и не обгоняли друг друга. После того, как Гриша совершил все 10 обгонов, он опять оказался первым. Значит, спортсмены финишировали в том же порядке, в котором и стартовали.

6 класс

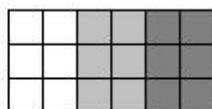
6.1. В саду у Ани и Вити росло 2006 розовых кустов. Витя полил половину всех кустов, и Аня полила половину всех кустов. При этом оказалось, что ровно три куста, самые красивые, были политы и Аней, и Витей. Сколько розовых кустов остались не политыми?

6.2. Цифры трёхзначного числа А записали в обратном порядке и получили число В. Может ли число, равное сумме А и В, записываться только нечётными цифрами?

6.3. В стране Полосатии произошёл переворот и новый лидер приказал перекроить старый флаг на новый (см. рисунки). Как выполнить такой приказ, если разрешается разрезать старый флаг ровно на четыре части?



старый флаг



новый флаг

6.4. Чтобы испечь сто блинов, маме требуется 30 минут, а Ане — 40 минут. Андрюша готов съесть 100 блинов за час. Мама с Аней пекут блины без остановки, а Андрюша непрерывно их поедает. Через какое время после начала этого процесса на столе окажется ровно сто блинов?

6.5. В норке живёт семья из 24 мышей. Каждую ночь ровно четыре из них отправляются на склад за сыром. Может ли так получиться, что в некоторый момент времени каждая мышка побывала на складе с каждой ровно по одному разу?

Решения.

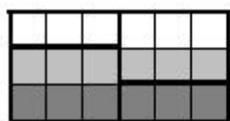
6.1. Ответ: 3 куста.

Витя полил 1003 куста, из них 1000 он поливал один, а три вместе с Аней. Точно так же Аня полила 1003 куста, из них 1000 она поливала в одиночку, а три — с Витей. Значит, вместе они полили $1000 + 1000 + 3 = 2003$ куста. Следовательно, остались не политыми $2006 - 2003 = 3$ розовых куста.

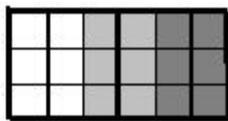
6.2. Ответ: да, может.

Пусть, например, $A = 219$. Тогда $B = 912$, $A + B = 1131$.

6.3. Ответ: см. рисунок.



старый флаг



новый флаг

6.4. Ответ: через 24 минуты.

Первый способ. Мама печёт сто блинов за полчаса, значит, за два часа она испечёт 400 блинов. Аня печёт сто блинов за сорок минут, поэтому, за два часа она испечёт 300 блинов. Андрюша за эти два часа съест двести блинов. Получается, что через два часа на столе окажется $400 + 300 - 200 = 500$ блинов. Следовательно, для того, чтобы на столе оказалось сто блинов, потребуется времени в пять раз меньше, то есть $120 : 5 = 24$ минуты.

Второй способ. Производительность мамы при выпекании блинов равна $100/30 = 3 \frac{1}{3}$ блина в минуту. Производительность Ани равна $100/40 = 2 \frac{1}{2}$ блина в минуту. Производительность Андрюши при поедании блинов равна $100/60 = 1 \frac{2}{3}$ блина в минуту. За каждую минуту стараниями мамы, Ани и Андрюши на столе появляется $3 \frac{1}{3} + 2 \frac{1}{2} - 1 \frac{2}{3} = 4 \frac{1}{6}$ блина. Следовательно, сто блинов появятся на столе за $100 : 4 \frac{1}{6} = 24$ минуты.

6.5. Ответ: нет, такого быть не может.

Каждая мышка за одну ночь может побывать на складе с тремя другими мышками. Чтобы побывать на складе с каждой из 23 других мышек по одному разу, ей необходимо $23:3$ ночей. Но число 23 не делится нацело на три. Поэтому такая ситуация невозможна.