

Подготовка к КЕНГУРУ в 5-6 классах

Задачи, оцениваемые в 3 балла.

1. Софи рисует цветных кенгуру: сначала голубого, потом зеленого, потом красного, потом черного, снова голубого, зеленого, красного, черного и так далее. Какого цвета будет двадцать шестой кенгуру?

- (A) голубого (B) зеленого (C) красного (D) черного (E) желтого

2

$$\frac{2003 + 2003 + 2003 + 2003 + 2003}{2003 + 2003}$$

- (A) 2003 (B) 1/3 (C) 3 (D) 5/2 (E) 6009

3. Возьмем самое маленькое число, которое делится на 2 и на 3, и самое маленькое число, которое делится на 2, 3 и 4. Их сумма равна.

- (A) 9 (B) 32 (C) 20 (D) 24 (E) 18

4. Наши предки называли число, равное миллиону миллионов, словом «легион». Если разделить миллион легионов на легион миллионов, то получится

- (A) легион (B) миллион (C) миллион миллионов (D) легион легионов (E) 1

5. Сумма вычитаемого, уменьшаемого и разности равна 2004. Тогда уменьшаемое равно

- (A) 1002 (B) 501 (C) 384 (D) 204 (E) 167

6. У двузначного числа n цифра десятков в два раза больше, чем цифра единиц. Тогда число n обязательно

- (A) четное (B) нечетное (C) меньше 20 (D) делится на 3 (E) делится на 6

7. Где ошибка?

(A) $2 + 0 + 0 + 5 = 5 + 0 + 0 + 2$ (B) $2 - (0 - 0 - 5) = 2 + (0 + 0) + 5$ (C) $2 + 0 - 0 + 5 = 5 - 0 - 0 - 2$

(D) $2 + (0 + 0 + 5) = (2 + 0 + 0) + 5$ (E) $(2 - 0) - (0 - 5) = (2 + 0) + (0 + 5)$

8. Какое из этих чисел является одновременно и кубом, и квадратом некоторых целых чисел?

- (A) 8 (B) 27 (C) 36 (D) 64 (E) 125

9. Число $147*2$ делится на 7. Какая цифра зашифрована значком $*$?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

10. Чему равна цифра единиц двузначного числа, если известно, что она равна $3/8$ от цифры десятков?

- (A) 3 (B) 5 (C) 8 (D) 7 (E) невозможно определить

Задачи, оцениваемые в 4 балла.

11. Царь Кашей подобрел и решил потратить 50 золотых монет на подарки детям. В сундуке у него хранится 5 ларцов, в каждом ларце по 3 шкатулки, а в каждой шкатулке по 10 золотых монет. Сундук, ларцы и шкатулки заперты на замки. Какое наименьшее число замков потребуется открыть Кашею чтобы достать 50 монет?

- (A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) 5

12. Если число 2005 умножить само на себя 2005 раз, то последние две цифры произведения будут равны

- (A) 05 (B) 15 (C) 25 (D) 45 (E) 75

13. С полудня до полуночи Кот ученый спит под дубом, а с полуночи до полудня рассказывает сказки. На дубе он повесил плакат: «Через час я буду делать то же самое, что делал два часа назад». Сколько часов в сутки эта надпись верна?

- (A) 6 (B) 12 (C) 18 (D) 3 (E) 21

14. Получив очередную пятерку по математике, Сережа обнаружил, что в дневнике у него стало на 100% больше пятерок, чем двоек. На сколько процентов количество двоек теперь меньше, чем количество пятерок?

- (A) на 0% (B) на 50% (C) на 100% (D) на 150% (E) на 200%

15. Четверо ребят обсуждали ответ к задаче. Коля сказал: «Это число 9». Роман: «Это простое число». Катя: «Это четное число». А Наташа сказала, что это число - 15. Назовите правильный ответ, если и мальчики и девочки ошиблись ровно по одному разу.

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 9 (E) 15

16. В примере на сложение $\square + \square + \text{OO} = \Delta\Delta\Delta$ различные фигурки заменяют различные цифры. Какую цифру заменяет квадратик?

- (A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) 5

17. Разглядывая семейный альбом, Ваня обнаружил, что у него 4 прабабушки и 4 прадедушки. А сколько прабабушек и прадедушек имели его прабабушки и прадедушки все вместе?

- (A) 16 (B) 32 (C) 64 (D) 128 (E) 256

18. Сколько различных результатов можно получить, складывая по два различных числа из набора 1, 2, 3, 4, 5?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

19. В числовом ребусе различным буквам соответствуют различные цифры, а одинаковым буквам – одинаковые цифры. Этот ребус имеет много решений. Какая наибольшая цифра может быть зашифрована буквой У?

$$\begin{array}{r} \text{КЕН} \\ + \\ \text{ГУРУ} \\ \hline 10\text{ЛЕТ} \end{array}$$

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

20. Прямоугольник составлен из 7 квадратов. Сторона самого маленького квадрата равна 1, а сторона заштрихованного квадрата равна 3. Чему равна площадь квадрата А?

- (A) 16 (B) 25 (C) 36 (D) 49
(E) невозможно определить



Задачи, оцениваемые в 5 баллов.

21. Имеется 6 палочек, длины которых равны 1 см, 2 см и 3 см, 2001 см, 2002 см и 2003 см. Надо выбрать три палочки и составить из них треугольник. Каким числом способов можно подобрать подходящие тройки палочек?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) более 50

22. За год поголовье кенгуру в австралийском заповеднике выросло на 10 %, а потом 9,5% всех кенгуру отправили на поиски лучшего корма на соседние пастбища. В результате количество кенгуру в заповеднике

- (A) выросло на 0,5% (B) не изменилось (C) уменьшилось 0,5% (D) выросло на 0,45%
(E) уменьшилось на 0,45%

23. На плоскости отметили 10 точек, затем каждые две из них соединили отрезком. Какое наибольшее число таких отрезков может пересечь прямая, которая не проходит не через одну из этих точек?

- (A) 20 (B) 25 (C) 4 (D) 8 (E) 16

24. Из чисел, квадраты которых делятся на 24, выбрали самое маленькое. Чему равна сумма цифр этого числа?

- (A) 2 (B) 3 (C) 6 (D) 9 (E) 10

25. Трое мальчиков участвуют в велосипедных гонках. Питер стартовал первым, Томми-вторым, а Дэвид – третьим. Положение Питера менялось 8 раз, а положение Дэвида – 3 раза. Тогда положение Томми могло меняться

- (A) 1 раз (B) 2 раза (C) 8 раз (D) 9 раз (E) ни разу

26. Герой повести Н. Носова «Незнайка в Солнечном городе» Пачкулия Пестренький придерживается твердого принципа: «Никогда не умываться и ничему не удивляться». Если он отступит от своего принципа, то он обязательно

- (A) Станет удивляться всему подряд (B) Будет каждый день умываться
(C) Каждый день будет умываться или удивляться (D) Хотя раз умоется или чему –то удивится
(E) Каждый день будет умываться и всему удивляться.

27. Яблоко и апельсин вместе весят столько же, сколько груша и персик. Яблоко вместе с грушей весят меньше, чем апельсин с персиком, а груша вместе с апельсином весят меньше, чем яблоко с персиком. Какой из фруктов самый тяжелый?

- (A) апельсин (B) персик (C) груша (D) яблоко (E) невозможно определить

28. Гусеница выползла из своего домика в полдень и ползет по лугу, поворачивая после каждого часа направо и налево на 90°. За первый час она проползла 1 м, а за каждый следующий – на 1 м больше, чем за предыдущий час. На каком наименьшем расстоянии от домика она могла оказаться в 7 часов вечера?

- (A) 0 м (B) 1 м (C) 2 м (D) 5 м (E) 9 м

29. Для украшения класса к празднику 8 Марта купили воздушные шарiki: синие, красные и зеленые. Некоторые из них длинные, а некоторые – круглые. Все зеленые шарiki – круглые, а все длинные – красные. Тогда обязательно

- (A) все красные шарiki длинные (B) некоторые длинные шарiki -синие
(C) все круглые шарiki-зеленые (D) все синие шарiki круглые
(E) некоторые синие шарiki- длинные

30. В произведении $K \cdot E \cdot H \cdot G \cdot U \cdot P \cdot U$ буквами зашифрованы некоторые цифры (одинаковые цифры обозначены одинаковыми буквами, а разные-разными). Чему равна цифра единиц этого произведения, если известно, что оно не делится на 4?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 5 (E) не возможно определить

РЕШЕНИЯ И ОТВЕТЫ
Задачи, оцениваемые в 3 балла.

1. Первых четырех кенгуру Софии раскрашивает в разные цвета, а в каждой следующей четверке цвета повторяются в том же порядке. Но $26 = 4 \cdot 6 + 2$, значит, двадцать четвертый кенгуру будет таким же как и второй, то есть зеленым. **Правильный ответ: В.**

2

$$\frac{2003 + 2003 + 2003 + 2003 + 2003}{2003 + 2003} = \frac{2003 \cdot 5}{2003 \cdot 2} = \frac{5}{2}$$

Правильный ответ: D.

3. Самое маленькое число, которое делится на 2 и на 3, равно 6, а самое маленькое число, которое делится на 2, 3 и 4, равно 12. Сумма этих чисел равна 18. **Правильный ответ: E.**

4. Миллион легионов (1.000.000.000.000.000.000) – это легион (1.000.000.000.000), умноженный на миллион (1.000.000). Легион миллионов (1.000.000.000.000.000.000) – это миллион (1.000.000), умноженный на легион (1.000.000.000.000). Эти два числа равны, а значит их частное равно 1.

Правильный ответ: E.

5. Пусть уменьшаемое – это a , а вычитаемое – b , а их разность $(a - b)$. Тогда верно равенство
 $a + b + (a - b) = 2004$;
 $a + b + a - b = 2004$;
 $2a = 2004$;
 $a = 1002$.

Правильный ответ: A.

6. Пусть цифра единиц равна a , тогда цифра десятков равна $2a$. Цифра a может быть нечетна, поэтому число n не обязательно будет четным: например 21. Это значит, что ответ А неверен, по той же причине надо отвергнуть ответ E (если число может быть нечетным, то и на 6 оно может не делиться). Цифра a может быть четной, так что число не обязательно будет нечетным: например 42, следовательно, и ответ В неверен. Число может быть больше 20: например 21, (значит, и ответ С тоже не годится). В тоже время, ясно, что сумма цифр числа n делится на 3, поскольку она равна $a + 2a = 3a$, поэтому число n обязательно делится на 3. Таким образом, верный ответ – D. **Правильный ответ: D.**

7. Ошибка в равенстве С. $2 + 0 - 0 + 5 = 5 - 0 - 0 - 2$; $2 + 0 - 0 + 5 = 7$; $5 - 0 - 0 - 2 = 3$.

Правильный ответ: С.

8. Заметим, что $64 = 8^2 = 4^3$, значит 64 и есть искомое число. **Правильный ответ: D.**

9. Заметим, что число 14700 делится на 7. Значит, и число $*2$ должно делиться на 7, а это возможно лишь если $* = 4$. Можно проверить способом подстановки цифры в число $147*2$ (14742) и делением на 7. **Правильный ответ: С.**

10. Пусть a – цифра десятков. Тогда цифра единиц равна $3/8 \cdot a$. Чтобы это число получилось целым, a должно делиться на 8. Из цифр 1, 2, 3, ..., 9 только 8 делится на 8. Итак, цифра десятков равна 8, а цифра единиц равна $3/8 \cdot 8 = 3$. **Правильный ответ: А.**

Задачи, оцениваемые в 4 балла.

11. Кашею придется открыть пять шкапулок (на каждой из них есть замок, значит он откроет 5 замков). Чтобы добраться до них, нужно будет открыть 2 ларца(еще 2 замка) и, конечно же, сундук(1 замок). Всего получается Кашею надо открыть $5+2+1=8$. **Правильный ответ:** В.

12. Произведение $2005 \cdot 2005$ оканчивается на 25, то есть имеет вид $100n + 25$ (состоит из нескольких сотен и 25). Умножая его на число 2005, которое равно $2000 + 5$, мы опять получим сколько- то сотен и произведение $25 \cdot 5 = 125$, то есть новое произведение опять оканчивается на 25. Так будет и дальше: на конце при каждом очередном умножении всегда будем получать 25. **Правильный ответ :**С

13. Надпись на плакате будет неверна с 23° до 2° и с 11° и 14° - всего 6 часов. Остальные 18 часов ($24ч- 6ч =18ч$) она будет верна. **Правильный ответ :**С

14 Фраза « пятерок на 100% больше, чем двоек» означает, что пятерок в 2 раза больше, чем двоек. Тогда двоек составляет половину от числа пятерок, то есть 50%. **Правильный ответ :**В

15. Если предположить, что Коля был прав, то окажется, что и Катя и Наташа ошиблись. Следовательно, Коля ошибся, а Роман был прав: это число простое. Это означает, что Наташа ошиблась, а права Катя: это число четное. Но единственное четное и простое – это 2. **Правильный ответ:** В.

16. При сложении двузначного числа OO и двух однозначных чисел получилось трехзначное число. Конечно, оно меньше, чем 200, поэтому $\Delta = 1$. Если бы O равнялось 8 или меньшему числу, то сумма в левой части равенства была бы не больше $9 + 9 + 88 = 106$. Но справа, как мы уже знаем, стоит число 111! Поэтому $O=9$. Теперь легко найти \square : $\square + \square + 99 = 111$; $\square + \square = 12$; $\square = 6$.

Правильный ответ: D.

17. У каждой прабабушки, как и у Вани, 4 прабабушки и 4 прадедушки. У каждого прадедушки - тоже. Поэтому у всех прадедушек и прабабушек(а их 8) будет $8 \cdot 8 = 64$ прабабушки и прадедушки.

Правильный ответ: С.

18. Самый маленький результат, который можно получить таким образом, равен 3(это $1 + 2 = 3$), а самый большой равен 9(это $4 + 5 = 9$). Но легко заметить, что все промежуточные результаты тоже могут быть получены. Таким образом, можно получить 7 различных результатов: 3,4,5,6,7,8 и 9. **Правильный ответ:** С.

19. Прежде всего, заметим, что буквой Г может быть зашифрована только цифра 9 (из предыдущего разряда может быть перенесена только единица, а сумма Г и 1 равна 10). Теперь заметим, что цифры десятков в первом слагаемом и в сумме совпадают, значит, буквой Р зашифрованы либо 9(если из предыдущего разряда переходит 1), либо 0(если $H+U$ меньше 10). Но цифра 9 уже использована, значит буквой Р зашифрован 0. Таким образом, буквой У зашифрована цифра, не больше , чем 8. Но если $U = 8$, то $H=1$, а $T=9$ (напомним, что $H+U$ меньше 10), следовательно, этот вариант также не возможен. Итак, цифра, зашифрованная буквой У, не больше чем 7. При $U=7$ можно подобрать и другие буквы так, чтобы равенство оказалось верным, например , таким способом:

$$\begin{array}{r} 531 \\ + \\ \hline 9707 \\ 10238 \end{array}$$

Правильный ответ: С.

20. Из условия задачи следует, что сторона самого маленького квадрата равна 1м и сторона заштрихованного квадрата равна 3, значит сторона одного из трех равных квадратов равна $3-1=2$. Следовательно сторона квадрата А равна 5, а площадь равна $5 \cdot 5 = 25$. **Правильный ответ:** В.

Задачи, оцениваемые в 5 баллов.

21. Чтобы из трех палочек можно было сложить треугольник, надо, чтобы самая большая из них была меньше суммы двух других, а самая маленькая - больше разности двух других. Этим условиям удовлетворяют следующие 6 троек: 2001,2002 и 2003; 2001,2002 и 2; 2001,2002 и 3; 2002,2003 и 2; 2002,2003 и 3; 2001,2003 и 3 **Правильный ответ: D.**

22. Предположим, что сначала в заповеднике жили x кенгуру, значит, к концу года их стало $1,1x$. Так как $9,5\%$ от этого количества равно $0,095 \cdot 1,1x = 0,1045x$, то в результате количество кенгуру в заповеднике стало равным $1,1x - 0,1045x = 0,9955x$. Таким образом, количество кенгуру уменьшилось на $0,0045x(1x - 0,9955x = 0,0045x)$, что составляет $0,45\%$ от их первоначального количества.

Правильный ответ: E.

23. Проведем на плоскости какую-то, не проходящую через отмеченные точки. Пусть с одной стороны этой прямой оказалось x точек, тогда с другой стороны окажется $(10-x)$ точек. Ясно, что прямая пересекает те, и только те отрезки, которые соединяют точки первой и второй групп. Количество таких отрезков равно $x(10-x)$, так как каждая точка соединена со всеми остальными. Легко проверить, что (подставьте вместо x значение 1,2,3,4,5,6,7,8,9) выражение принимает самое большое значение при $x = 5$. **Правильный ответ: B.**

24 Пусть n^2 делится на 24. Заметим, что $24 = 2^3 \cdot 3$. Поэтому в разложении n^2 на простые множители есть 2^3 и 3. Но в разложении числа n^2 все простые множители присутствуют в четной степени. Поэтому самое маленькое число n^2 равно $2^4 \cdot 3^2$, а самое маленькое n равно $2^2 \cdot 3 = 12$. Сумма цифр 12 равна 3. **Правильный ответ: B.**

25. Поскольку в обгоне участвуют два человека (один обгоняет, другого обгоняют), а положение Питера в гонке менялось 8 раз, то два других мальчика участвовали в обгонах в сумме меньше 8 раз. Дэвид делал это 3 раза следовательно, Томми – не менее 5 раз. Поэтому ответы А, В и Е отпадают. Кроме того, в сумме все мальчики должны были участвовать в обгонах четное число раз (каждый обгон изменяет положение двух участников гонки). Итак, если Томми участвовал в обгонах x раз, то $8+3+x$ должно быть четным числом, следовательно, x – нечетное число. Итак, ответ С тоже отпадает. Вариант D ($x=9$) подходит: например, возможна такая схема гонок (укажем обгоны): Д-Т, Д-Т, Т-П, П-Т, Т-П, П-Т, Т-П, П-Т, Т-П, Т-Д. **Правильный ответ: D.**

26. Назовем принцип «Никогда не умываться» принципом А, а «Ничему не удивляться» принципом В. Принцип Пачкулии – поддерживаться и А, и В. Нарушить его – значит нарушить хотя бы один из принципов А или В. Нарушить А означает «Хоть раз умыться», а нарушить В означает «Чему-то удивиться». Поэтому правильным ответом является D. **Правильный ответ: D.**

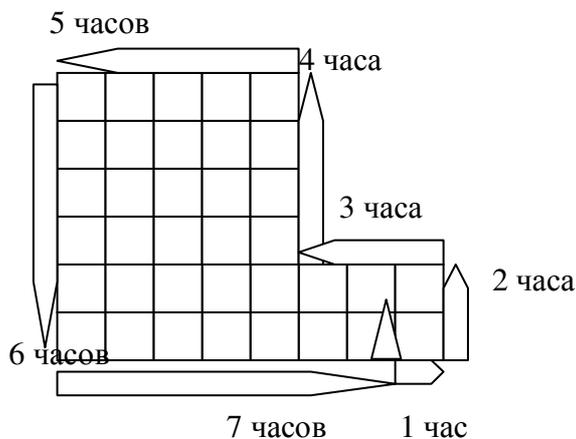
27. Обозначим вес яблока – $я$, вес апельсина – $а$, вес груши – $г$ и вес персика – $п$. Тогда $я + а = г + п$, равенство означает, что если на одну чашу весов положить яблоко и апельсин, а на вторую груши и персик, то весы будут в равновесии.

$я + г < а + п$, это неравенство обозначает, что если поменять местами грушу и апельсин, то апельсин и персик перевесят.

$г + а < я + п$, это неравенство обозначает, что если поменять местами грушу и яблоко, то яблоко и персик перевесят. Значит яблоко тяжелее груши, но тогда апельсин легче персика. Т.е. самый тяжелый фрукт – персик. **Правильный ответ: B**

28. Пусть после первого часа гусеница повернула налево, после второго часа - опять налево, после третьего часа - направо, после четвертого, пятого, шестого часов - налево. Тогда в 7 часов вечера она окажется дома. Действительно, все нечетные часы она ползла либо в первоначальном направлении,

либо в противоположном, а все четные – в одном из двух направлений, перпендикулярных начальному. При таком наборе поворотов она будет ползти в первоначальном направлении $1\text{ м} + 7\text{ м}$ за первый и седьмой часы, а в противоположном проползет $3\text{ м} + 5\text{ м}$ за третий и пятый часы. Аналогично в одном из перпендикулярных направлений она проползет $2\text{ м} + 4\text{ м}$ за второй и четвертый часы и проползет 6 м за шестой час в противоположном направлении. **Правильный ответ: А.**



29. По условию задачи все зеленые шарики – круглые, а все длинные шарики – красные, значит, синий шарик может быть только круглым, а красный шарик и длинным, и круглым. Таким образом, **не выполняются условие А**, т.к. не все красные шарики длинные(они могут быть круглыми); **условие В**, т.к. синие шарики не могут быть длинными(по условию все длинные шарики-красные); **условие С**, т.к. не все круглые шарики-зеленые(они могут быть и синими и красными); условие Е, т.к. синие шарики- могут быть только круглыми(по условию все длинные шарики-красные). Значит, **выполняется только условие D**- все синие шарики круглые. **Правильный ответ: D**

30. Поскольку данное произведение не делится на 4, то среди цифр К,Е, Н,Г,У,Р не более одной четной. Нечетных цифр всего 5, поэтому все они использованы, а шестая из данных цифр –четная. Значит, одна из данных цифр - 5, а еще одна – четная. Поэтому произведение всех этих цифр оканчивается на 0. **Правильный ответ: А.**