

Подготовка к олимпиаде по математике в 11 классе.

1. Решить неравенство:

а) $x^6 - 4x^5 + 12x^4 - 24x^3 + 24x^2 - 24x + 24 < 0$;

б) $(x^2 - 4x)^2 \geq 16$;

в) $\log_{0,5}(x+1) - \log_{0,5}(x-2) \leq 1$;

2. Решить уравнение:

а) $\sin x \cdot \cos 2x \cdot \cos 8x = \sin 12x$;

б) $x^2 + 5y^2 + 4xy + 2y + 1 = 0$

3. Решить уравнение в целых числах:

а) $xy = x + y$;

б) $x^2 - 3xy + 2y^2 = 7$

4. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} (x+y)(x+y+z) = 72 \\ (y+z)(x+y+z) = 120 \\ (x+z)(x+y+z) = 96 \end{cases}$$

5. В окружность радиуса R вписан треугольник, вершины которого делят окружность в отношении 2:5:17. Найти площадь треугольника.

6. Решить уравнение: $2\cos^2 x + \cos x = 1$

7. Двое рабочих могут выполнить работу за 7 дней, при условии, что второй приступит к ней на два дня позже первого. Если бы ту же работу каждый выполнял в одиночку, то первому потребовалось бы на 4 дня больше, чем второму. За сколько дней каждый рабочий мог бы выполнить эту работу?

$$\frac{1}{x}$$

8. Известно, что $x + \frac{1}{x} = 5$. Найти $x^2 + \frac{1}{x^2}$

9. Можно ли разделить равносторонний треугольник на 2002 (2010) равносторонних треугольника? Если да, то как? Если нет, то почему?

10. Найти сумму: $6 + 66 + 666 + \dots + 666\dots 6$. (Последнее слагаемое содержит n шестерок).